

Prof. Dr. Kathy Lüdge
Dr. Alexander Carmele

4. Übungsblatt – Theoretische Festkörperphysik I,II

Abgabe: Mo. 20.05.2019 zum Vorlesungsbeginn

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 8 (20 Punkte): Polaritonen I

Leiten Sie die Dispersionsrelation von longitudinalen Polaritonen her.

1. Starten Sie mit der folgenden Lagrangedichte des Maxwellfeldes:

$$\mathcal{L}_M = \frac{\epsilon_0}{2} \left(-\nabla\phi - \dot{\mathbf{A}} \right)^2 - \frac{1}{2\mu_0} (\nabla \times \mathbf{A})^2.$$

Zeigen Sie die Konsistenz mit den Maxwellgleichungen mittels der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\partial_\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\lambda \Psi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi} = 0,$$

wobei Ψ für eine beliebige Komponente des Vektorpotentials \mathbf{A} oder elektrostatischen Potentials ϕ steht und $\lambda = t, x, y, z$, indem Sie die inhomogenen Maxwellgleichungen für die x-Komponente des \mathbf{E} - und \mathbf{B} - Feldes herleiten.

2. Geladene Teilchen im elektromagnetischen Feld wechselwirken mittels folgender Lagrange-funktion:

$$L_F = \frac{m_r}{2} \dot{\mathbf{u}}^2 + q\dot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{A} - q\phi.$$

Leiten Sie mittels der Lagrange-Gleichung zweiter Art $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}_i} - \frac{\partial L}{\partial u_i} = 0$ die x-Komponente der Lorentzkraft $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{u}} \times \mathbf{B})$ her. Beachten Sie den Unterschied zwischen totaler und partieller Zeitableitung.

3. Die Dynamik innerhalb einer Elementarzelle mit zwei-atomiger Basis wird durch die Lagrange-funktion

$$L_G = \frac{M_1}{2} \dot{\mathbf{u}}_1^2 + \frac{M_2}{2} \dot{\mathbf{u}}_2^2 - \frac{f}{2} (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)^2$$

beschrieben. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ auf. Diskutieren Sie kurz das Ergebnis. Führen Sie nun Relativ- und Schwerpunktskoordinaten ein. Das Ergebnis lautet:

$$L_G = \frac{M}{2} \dot{\mathbf{u}}_M^2 + \frac{m}{2} \dot{\mathbf{u}}^2 - \frac{f}{2} \mathbf{u}^2$$

mit $M = m_1 + m_2$ und $m = m_1 m_2 / M$.

4. Die Teilergebnisse lassen sich nun in einer Lagrangedichte zusammenfassen, und zwar für longitudinale und transversale Anteile der Phonon-Licht-Wechselwirkung. Die Dynamik der longitudinalen Polaritonen lautet nach einer Modenentwicklung für die Relativkoordinate \mathbf{u}_1 :

$$L_l = \int d^3r \left[\frac{\epsilon_0}{2} (\nabla\phi)^2 + \frac{m}{2} \dot{\mathbf{u}}_1^2 - \frac{f}{2} \mathbf{u}_1^2 - \rho \mathbf{u}_1 \cdot \nabla\phi \right].$$

Stellen Sie die Bewegungsgleichung für \mathbf{u}_1 auf und lösen Sie diese. Führen Sie eine quadratische Ergänzung durch und eliminieren Sie mittels $\Delta\phi = \rho/\epsilon_0$ das elektrostatische Potential. Die Bewegungsgleichung durch die modifizierte Lagrange-funktion führt auf die Dispersionsrelation von \mathbf{u}_1 : $\omega_{ql}^2 = f/m + \omega_{pl}^2$. Geben Sie die Plasmafrequenz ω_{pl} explizit an.

4. Übung TFP SS19

- Vorlesung:**
- Montags 10–12 Uhr im EW 202
 - Mittwochs 10–12 Uhr im EW 202

- Übungen:**
- Mi 16–18 Uhr im EW 229

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Übungen

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Ashcroft, Mermin, *Festkörperphysik* (Oldenbourg)
- Kittel, *Quantentheorie der Festkörper* (Oldenbourg)
- Czycholl, *Theoretische Festkörperphysik* (Springer)
- Ibach, Lüth, *Festkörperphysik* (Springer)
- Jäger, Valenta, *Festkörpertheorie* (Wiley)
- U. Rössler, *Solid State Theory* (Springer)
- Haug, Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (World Scientific)
- Haken, *Quantenfeldtheorie des Festkörpers* (Teubner)
- Scherz, *Quantenmechanik* (Teubner)

Sprechzeiten:	Name	Tag	Zeit	Raum
	Prof. Dr. K. Lüdge	Mi	13-14 Uhr	EW 741
	Dr. A. Carmele	Di	11-12 Uhr	EW 704

Hinweise:

Die Übungsblätter werden in der Regel am Montag in der Vorlesung ausgegeben. Die Abgabe erfolgt dann 14 Tage später Montags zu Vorlesungsbeginn.