

**5. Übungsblatt – Theoretische Physik II: Quantenmechanik**

**Abgabe: Mi. 22. Mai 2019 vor der Vorlesung im Hörsaal EW 202**

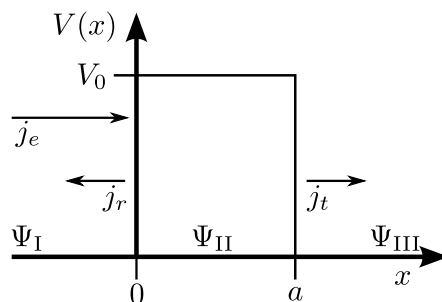
Bei der Bepunktung wird Wert gelegt auf **ausführliche Zwischenschritte und Kommentare** zur Lösungsstrategie. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an! Elektronische, gedruckte oder kopierte Abgaben (Ausnahme Numerikaufgaben) sind nicht zugelassen.

**Aufgabe 1 (20 Punkte): Tunneleffekt**

Wir betrachten eine einfache eindimensionale Potentialschwelle:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 < x < a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Von links laufe eine Welle ein, die teilweise reflektiert, teilweise transmittiert werde (Skizze).



(a) Begründen Sie den Ansatz  $\Psi_I(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx} + B_r e^{-ikx}$ ,  $\Psi_{III}(x, t) = A_t e^{ikx}$  für die Wellenfunktion links bzw. rechts von der Schwelle. Finden Sie den Zusammenhang zwischen der Energie  $E$  der Welle und der Konstanten  $k$ .

(b) Begründen Sie den Ansatz für die Wellenfunktion  $\Psi_{II}(x) = C_1 e^{iqx} + C_2 e^{-iqx}$  innerhalb der Schwelle und zeigen Sie den Zusammenhang einer der auftretenden Konstanten mit der Energie  $E$  der Welle. Beachten Sie dabei die Fallunterscheidung für Energien ober- und unterhalb eines gewissen Schwellwertes.

(c) Stellen Sie aus den Stetigkeitsbedingungen für die Wellenfunktion ein lineares Gleichungssystem in den unbekanntenen Amplituden auf. Lösen Sie das Gleichungssystem. Zur algebraischen Lösung ist Mathematica erlaubt.

(d) Leiten Sie jeweils für das Transmissionsvermögen  $T = \frac{|j_t|}{|j_e|}$  und das Reflektionsvermögen  $R = \frac{|j_r|}{|j_e|}$  einen Ausdruck her, der nur noch von den Parametern (nicht zwingend allen)  $\tilde{E} = E/V_0$ ,  $\tilde{a} = a\sqrt{2mV_0/\hbar^2}$ ,  $\tilde{L} = L\sqrt{2mV_0/\hbar^2}$  und  $\tilde{m} = 2mV_0/\hbar^2$  abhängt. Berechnen Sie  $R + T$ . Begründen Sie, warum die Definition von  $T$  sinnvoll ist. Bemerkung:  $j_t$  ist die Wahrscheinlichkeitsstromdichte der transmittierten Welle,  $j_e$  die der einfallenden Welle, die zusammen mit der Wahrscheinlichkeitsstromdichte der reflektierten Welle die Gesamtwahrscheinlichkeitsstromdichte links der Schwelle ergibt.

(e) Verwenden Sie (wenn bisher noch nicht geschehen) ein geeignetes Programm und plotten Sie das Transmissionsvermögen in Abhängigkeit von  $\tilde{a} = [0, 10]$ . Nehmen Sie die Fälle  $\tilde{E} = 0.1, 0.5, 2.0$  und  $10.0$  an. **Rückseite beachten!**

**4 Extrapunkte:** Plotten Sie  $|\Psi(x, t)|^2$  über  $x \in [-3, 5]$  mit einem geeigneten Computerprogramm. Nehmen Sie dabei bitte in reduzierten Einheiten  $\tilde{a} = 2.0$ ,  $\tilde{L} = 10.0$  und  $\tilde{m} = 1.0$  an. Betrachten Sie die selben Energien wie oben!