

Prof. Dr. Gernot Schaller  
Dr. Javier Cerrillo, Felix Köster, Alexander Kraft

## 1. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

**Abgabe: Mo. 29.04.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

**Aufgabe 1 (1+1+4=6 Punkte): Glück und Unglück**

- (a) Karl S. versucht nach durchzechter Nacht in sein Heim zu kommen. Leider ist die Wohnungstür verschlossen und an seinem Schlüsselbund befinden sich 8 Schlüssel, die er gar nicht mehr so recht unterscheiden kann. Er wählt einen der 8 Schlüssel aus, findet mit einiger Mühe sogar das Schlüsselloch und probiert sein Glück: Ist es der richtige Schlüssel (es gibt genau einen, der passt), öffnet er die Tür und fällt glücklich ins Bett. Passt der Schlüssel jedoch nicht, entgleitet ihm sein Schlüsselbund zu Boden. Er hebt ihn auf und weiß leider nicht mehr welchen Schlüssel er gerade probiert hat und die Prozedur beginnt von neuem. Nach 12 vergeblichen Versuchen gibt er auf, setzt sich auf den Boden und schläft ein. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss er die Nacht im Freien verbringen?
- (b) Am nächsten Morgen wiederholt Karl S. das Experiment und findet bei 12 Versuchen 3x den richtigen Schlüssel. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit hierfür?
- (c) In einer beliebigen Quizsendung ist der Hauptgewinn hinter einer von drei Türen versteckt. Der glückliche Kandidat darf nun eine der Türen auswählen. Der Quizmaster, der natürlich weiß, hinter welcher der Türen sich der Gewinn verbirgt, öffnet nun eine der verbleibenden Türen, und zwar eine, hinter der sich der Gewinn nicht verbirgt. Der Kandidat darf nun seine Wahl noch einmal überdenken und eine andere Tür wählen oder bei seiner anfänglichen Wahl bleiben. Wie würden Sie als Kandidat vorgehen um den Gewinn zu maximieren? Berechnen Sie dazu die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, falls Sie (i) nie, (ii) immer, (iii) zufällig die Tür wechseln.

*Hinweis: Es genügt nicht das Ergebnis anzugeben. Benutzen Sie den Satz von Bayes zur Herleitung.*

**Aufgabe 2 (7 Punkte): Unvollständige Differentiale**

Betrachten Sie das Kraftfeld

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 2 \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}. \quad (1)$$

- (a) (4 Punkte) Berechnen Sie die Arbeit entlang des geraden Weges von  $\mathbf{x}_i = (1, 0)$  zu einem beliebigen Punkt  $\mathbf{x}_1 = (-a, a)$  und weiter nach  $\mathbf{x}_f = (0, 1)$ .
- (b) (1 Punkte) Zeigen Sie, dass das Differential der zugehörigen Arbeit nicht vollständig ist.
- (c) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass der integrierende Faktor  $\frac{1}{xy}$  einen Potential  $P$  über  $dP = \frac{dW}{xy}$  definiert. Welche Form hat das Potential  $P$  als Funktion von  $x$  und  $y$ ?

**Bitte Rückseite beachten! →**

1. Übung TPIV SS 19

**Aufgabe 3 (7 Punkte): Reale Gase**

Die Van-der-Waalsche-Zustandsgleichung lautet

$$\left[ p + a \left( \frac{N}{V} \right)^2 \right] (V - Nb) = Nk_B T. \quad (2)$$

Rechnen Sie mit Hilfe von partiellen Ableitungen auf beiden Seiten der Zustandsgleichung folgende Größen aus:

- (a) (1 Punkt) den thermischen isobaren Ausdehnungskoeffizienten

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \quad (3)$$

- (b) (1 Punkt) die isotherme Kompressibilität

$$\beta = -\frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T, \quad (4)$$

- (c) (1 Punkt) und den isochoren Spannungskoeffizienten

$$\gamma = \frac{1}{p_0} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V. \quad (5)$$

- (d) (1 Punkt) Zeigen Sie die Beziehung

$$\alpha = p_0 \beta \gamma. \quad (6)$$

- (e) (3 Punkte) Für ein System, an dem die dem äußeren Parameter  $a$  zugeordnete Kraft  $A$  angreift, welche eine Zustandsgleichung  $A = A(T, a)$  genügt, beweisen Sie die Identität

$$\left( \frac{\partial T}{\partial A} \right)_a \left( \frac{\partial A}{\partial a} \right)_T \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_A = -1. \quad (7)$$

Verwenden Sie hierfür das volle Differential der Zustandsgleichung  $A = A(T, a)$ , welches die Bedingung unterliegt, dass es verschwindet.

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).  
*Einzel- und Zweierabgaben nicht akzeptiert!*
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Gernot Schaller	EW 744	Di, 13-14 Uhr
Dr. Javier Cerrillo	EW 705	Do, 12-13 Uhr
Felix Köster	EW 629	Mo, 15-16 Uhr
Alexander Kraft	EW 269	Mi, 15-16 Uhr