

Prof. Dr. Gernot Schaller
 Dr. Javier Cerrillo, Felix Köster, Alexander Kraft

4. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mo. 13.05.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 10 (1+2+2+4+3=12 Punkte): Gauß-Verteilung

Betrachten Sie die Gauß-Verteilung (Normalverteilung)

$$\rho(x) = A \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2} \right].$$

- (a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante A .
- (b) Zeigen Sie, dass x_0 der Mittelwert $\langle x \rangle$ bzgl. der Gauß-Verteilung ist.
- (c) Berechnen Sie die Standardabweichung $\sqrt{\langle (\Delta x)^2 \rangle}$ bzgl. der Gauß-Verteilung.
- (d) Zeigen Sie, dass die Gauß-Verteilung $\rho(x)$ durch die Kumulanten $\langle x \rangle_c$ und $\langle x^2 \rangle_c$ eindeutig bestimmt ist.
Hinweis: Zeigen Sie, dass alle höheren Kumulanten $\langle x^\nu \rangle_c$ ($\nu > 2$) verschwinden.
- (e) Zeigen Sie, dass die Binomialverteilung $B_{n,p}(k)$ für $n \rightarrow \infty$ durch eine Gaußverteilung mit Mittelwert $x_0 = np$ und Varianz $\sigma^2 = npq$ approximiert werden kann.

Hinweis: Entwickeln Sie um den Mittelwert der Binomialverteilung und nutzen Sie die Stirling Formel für große $n \in \mathbb{N}$: $n! \approx n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$

Aufgabe 11 (3+1+4=8 Punkte): Großkanonisches ideales Gas

Gegeben sei ein monoatomares ideales Gas in einem Volumen V , bei dem die Wechselwirkungen der Atome untereinander vernachlässigt werden können. Die Anzahl N der Teilchen variiert durch Austausch mit der Umgebung.

- (a) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme

$$Z_{gk} = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{h^{3N} N!} \int_{\mathbb{R}^{6N}} e^{-\beta(H(\{x_i, p_i\}) - \mu N)} d\{x_i, p_i\} \quad \text{wobei hier} \quad H(\{x_i, p_i\}) = \sum_{i=1}^{3N} \frac{p_i^2}{2m}$$

und h das Plancksche Wirkungsquantum ist.

- (b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $\varrho(\xi_N)$ im Phasenraum an.
- (c) Berechnen Sie die mittlere Teilchenzahl $\bar{N} = \langle N \rangle$, die thermische Zustandsgleichung und die kalorische Zustandsgleichung (mittlere Energie der Teilchen, $U = \langle H \rangle$) des idealen Gases.

4. Übung TPIV SS 19

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Einzel- und Zweierabgaben nicht akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Gernot Schaller	EW 744	Di, 13-14 Uhr
Dr. Javier Cerrillo	EW 705	Do, 12-13 Uhr
Felix Köster	EW 629	Mo, 15-16 Uhr
Alexander Kraft	EW 269	Mi, 15-16 Uhr