

Prof. Dr. Gernot Schaller
 Dr. Javier Cerrillo, Felix Köster, Alexander Kraft

6. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mo. 27.05.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 15 (4 Punkte): *Barometrische Höhenformel*

Betrachten Sie ein klassisches ideales Gas (aus Teilchen der Masse m) im Gleichgewicht bei der Temperatur T , das sich im homogenen Gravitationsfeld befindet.

Berechnen Sie den Druck $p(z)$ in Abhängigkeit von der Höhe z . Der Druck $p(0)$ für $z = 0$ sei bekannt.

Hinweis: Bestimmen Sie dazu zuerst für ein kleines Teilvolumen ΔV in der Höhe z die Zustandssumme, wobei das Gravitationspotenzial in ΔV als konstant betrachtet werden kann. Berechnen Sie daraus das chemische Potenzial $\mu(p(z), T, z)$. Aus der Forderung, dass die verschiedenen Teilvolumina im Gleichgewicht untereinander sein sollen, ergibt sich eine Differenzialgleichung für $p(z)$.

Aufgabe 16 (1+7=8 Punkte): *Spinsystem*

Gegeben sei ein System von N nicht wechselwirkenden Teilchen mit dem Spin $1/2$. Alle anderen Freiheitsgrade der Teilchen sollen im Folgenden nicht betrachtet werden. Es kann sich beispielsweise um ortsfeste (\rightarrow somit unterscheidbare!) paramagnetische Zentren in einem Ionenkristall handeln. In einem Magnetfeld der Induktion B besitzt jedes dieser Teilchen zwei Energieniveaus $E_i = \pm \mu_B B$ (mit Energieniveaus $i = 1, 2$, und dem Bohrschem Magneton μ_B). Das betrachtete System sei in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T .

- (a) Berechnen Sie die N -Teilchen Zustandssumme Z_N des Systems im kanonischen Ensemble.

Hinweis: Für nicht wechselwirkende unterscheidbare Teilchen faktorisiert die N -Teilchen Zustandssumme Z_N (kanonisches Ensemble)

$$Z_N = (Z_1)^N,$$

wobei Z_1 die Ein-Teilchen Zustandssumme ist.

- (b) Berechnen Sie daraus die freie Energie $F(T, B)$, die Entropie $S(T, B)$, die Magnetisierung $M(T, B)$, sowie die magnetische Suszeptibilität $\chi(T, B) \equiv (\partial M / \partial H)_T$. Diskutieren Sie die Abhängigkeit der berechneten Größen von der Temperatur T .

6. Übung TPIV SS 19

Aufgabe 17 (2+2+2+2=8 Punkte): Fermigas

Betrachten Sie ein Fermigas in einem Volumen V , das aus nichtrelativistischen Fermionen besteht. Die Einteilchenzustände seien durch die Energie ϵ_i festgelegt.

- (a) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme $Z_{gk}(T, V, \mu)$.
- (b) Berechnen Sie die mittlere Besetzungszahl \bar{n}_i im Einteilchenzustand i .
- (c) Zeigen Sie, dass die mittlere Energie \bar{E} eines Fermigases im großkanonischen Ensemble mithilfe der Besetzungszahl \bar{n}_i durch

$$\bar{E} = \sum_i \epsilon_i \bar{n}_i$$

ausgedrückt werden kann. Summiert wird hier über alle Ein-Teilchen-Zustände.

Hinweis: Im großkanonischen Ensemble gilt die Relation $E = \partial_\beta(\beta\Omega) + \mu\bar{N}$, mit dem großkanonischen Potential $\Omega = -k_B T \ln Z_{gk}$.

- (d) Zeigen Sie, dass die thermische Zustandsgleichung für ideale Quantengase (hier am Beispiel des Fermigases) von der kalorischen Zustandsgleichung abhängt:

$$p(T, V, \mu) = \frac{2}{3} \frac{E(T, V, \mu)}{V}. \quad (1)$$

Dabei ist V das Volumen des Gases.

Hinweis: Den Druck kann man im großkanonischen Ensemble aus der Zustandssumme gewinnen: $\beta p = -\partial_V(\beta\Omega)$. Außerdem können Sie annehmen, dass μ unabhängig von V ist.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Einzel- und Zweierabgaben nicht akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Gernot Schaller	EW 744	Di, 13-14 Uhr
Dr. Javier Cerrillo	EW 705	Do, 12-13 Uhr
Felix Köster	EW 629	Mo, 15-16 Uhr
Alexander Kraft	EW 269	Mi, 15-16 Uhr