Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 23. Mai 2019

Prof. Dr. Gernot Schaller
Dr. Javier Cerrillo, Felix Köster, Alexander Kraft

7. Übungsblatt – Theoretische Physik IV: Thermodynamik und Statistik

Abgabe: Mo. 03.06.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 18 (4+2=6 Punkte): *Wärmekapazitäten*

Um den Umgang mit den verallgemeinerten Suszeptibilitäten, hier speziell die Wärmekapazitäten C_p und C_V, zu üben, sollen im Folgenden einige Relationen gezeigt werden. Die Teilchenzahl N sei konstant. κ_T ist die isotherme Kompressibilität $\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ und α der Ausdehnungskoeffizient $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$.

(a) (1) $C_p - C_V = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T}$.
   (2) $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$.
   (3) $dS(T,V) = \frac{C_V}{T}dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$.
   (4) $dS(T,p) = \frac{C_p}{T}dT - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp$.
   (5) $dU(T,V) = C_V dT + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p\right] dV$.

   Hinweis: Verwenden Sie die Maxwell-Relationen und die Kettenregel für Jacobi-Determinanten (Siehe Tutorium 2)

(b) Berechnen Sie die Wärmekapazität einmal für ein 1-atomiges ideales Gas und für ein 2-atomiges ideales Gas.
   Hinweis: Sie können den Gleichverteilungssatz verwenden.

Aufgabe 19 (3+4=7 Punkte): *Virialkoeffizient*

In der Virialentwicklung realer Gase geringer Dichten lautet die Zustandsgleichung

$$\frac{pv}{RT} \approx 1 - B_2\frac{N_A}{v} \qquad \text{mit dem 2. Virialkoeffizienten} \qquad B_2(T) = \frac{1}{2}\int d^3r \left(e^{-\beta\varphi(\mathbf{r})} - 1\right)$$

für ein vorgegebenes Potenzial $\varphi(\mathbf{r})$ (p : molarer Druck, v : molares Volumen).

(a) Berechnen Sie $B_2(T)$ für das intermolekulare Sutherland-Potenzial

$$\varphi(r) = \begin{cases} +\infty & 0 < r < d, \\ -\varphi_0\left(\frac{d}{r}\right)^m & d \le r < +\infty, \varphi_0 > 0, m > 3 \end{cases}$$

   exakt (in Form einer Reihe) und im Hochtemperaturlimes $\beta\varphi_0 \ll 1$. d ist der Durchmesser eines Teilchens.

(b) Bringen Sie die Zustandsgleichung in die Form der Van der Waals-Gleichung für geringe Dichten und bestimmen sie das Eigenvolumen b und den Binnendruck a in Abhängigkeit von den Parametern φ_0 und d.

   Es genügt die Reihe aus (a) nur bis zur ersten Ordnung zu betrachten. Die Gasteilchen können als kugelförmig angenommen werden.

Aufgabe 20 (4+3=7 Punkte): *Kritischer Punkt im van der Waals-Gas*
Betrachten Sie ein van der Waals-Gas mit der Teilchendichte $\rho = \frac{N}{V} = \frac{1}{v}$.

(a) Führen Sie die neuen Zustandskoordinaten

$$\hat{p} := \frac{p - p_c}{p_c}, \quad \hat{v} := \frac{V - V_c}{V_c}, \quad \hat{t} := \frac{T - T_c}{T_c}$$

ein, wobei der Index c sich auf den kritischen Punkt bezieht. Zeigen Sie, dass die Zustandsgleichung in der Nähe des kritischen Punktes durch $\hat{p} \approx A\hat{t} - B\hat{t}\hat{v} - C\hat{v}^3$ approximiert werden kann. Bestimmen Sie die Konstanten A, B und C.

(b) Der Index $'$ bezeichnet die flüssige Phase und $''$ die Dampfphase. Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen in der Nähe des kritischen Punktes gültig sind:

- Entlang einer Isothermen in der Nähe des kritischen Punktes gilt $\hat{p} \sim (\rho - \rho_c)^\delta$.
- Entlang der kritischen Isochoren gilt $\kappa_T \sim |\hat{t}|^{-\gamma}$.
- Allgemein gilt: $\rho' - \rho'' \sim |\hat{t}|^\beta$.

Berechnen Sie in den drei Fällen die kritischen Exponenten δ, γ bzw. β.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
  Einzel- und Zweierabgaben nicht akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
`Prof. Dr. Gernot Schaller`	EW 744	Di, 13-14 Uhr
`Dr. Javier Cerrillo`	EW 705	Do, 12-13 Uhr
`Felix Köster`	EW 629	Mo, 15-16 Uhr
`Alexander Kraft`	EW 269	Mi, 15-16 Uhr