Prof. Dr. H. Engel
Valentin Flunkert, MSc
Dipl.-Phys. Frank Milde

www.itp.tu-berlin.de/etp2_ws2006.html
Tutoren: Sibylle Anderl, Sebastian Brandstetter, Christopher Wollin

3. Übungsblatt zur Einführung in die Theoretische Physik II

Abgabe: bis Dienstag 13.11.2006 14:00 Uhr im Briefkasten im Physik Altbau/Ernst-Ruska Bau.

Aufgabe 5 (10 Punkte): *Volumenintegrale und Ghostbusters*

Volumenintegrale komplizierterer geometrischer Objekte als Kugeln oder Würfel kommen in der Anwendung sehr häufig vor. Der Rand eines bestimmten Volumens wird oft in Form von Graphen oder Gleichungen gegeben. Die richtigen Integrationsgrenzen in einem bestimmten Koordinatensystem zu finden ist oftmals der schwierigste Teil einen solchen Aufgabe und soll daher hier geübt werden.

In einer Fahrradlampe altmodischer Art befindet sich ein elektrisch geladener Schleim (Ektoplasma). Die Fahrradlampe hat die Form eines sogenannten *Rotationsparaboloiden* und kann mathematisch durch den Teil des Graphen der Funktion $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1^2 + x_2^2)$ beschrieben werden, der positive Werte hat. Das Innere der Lampe wird also durch diesen Graphen nach oben begrenzt und durch die x_1-x_2-Ebene nach unten. Der elektrische Schleim habe eine ortsabhängige Ladungsdichte von $\rho(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2^2 x_3 \frac{C}{m^8}$. Berechnen Sie die Gesamtladung die nötig ist, um den Schleim zu neutralisieren in **a)** kartesischen Koordinaten und **b)** Zylinderkoordinaten.
Tipp: Es gilt

$$\int_0^\pi \cos^2(w)\sin^8(w)dw = \frac{7\pi}{256}.$$

Aufgabe 6 (10 Punkte): *Elektrischer Dipol*

Nach der einzelnen Punktladung ist die einfachste Ladungsverteilung der Elektrostatik eine Konfiguration mit zwei Punktladungen. Sind die beiden Ladungen vom gleichen Betrag und umgekehrtem Vorzeichen spricht man von einem Dipol. Dieser Fall soll hier betrachtet werden.

1. Berechnen Sie zunächst das Potential $V_D(\underline{r})$ eines elektrischen Dipols, der aus zwei Punktladungen, einer Ladung q am Ort $\frac{1}{2}\underline{l}$ und einer Gegenladung $-q$ am Ort $-\frac{1}{2}\underline{l}$ besteht aus dem Superpositionsprinzip. Nehmen Sie dann an, dass die Entfernung $|\underline{r}|$ zu den beiden Ladungen sehr viel größer als $|\,\underline{l}\,|$ ist. Dies wird als Fernfeldnäherung bezeichnet $|\,\underline{r}\,| \gg |\,\underline{l}\,|$.
Hinweis: Betrachten Sie dazu die skalare Größe $|\,\underline{l}\,| \,/\, |\,\underline{r}\,|$ als klein und vernachlässigen Sie im Potential Terme von quadratischer und höherer Ordnung in dieser Größe.

2. Bestimmen Sie das Potential $V_D(\underline{r})$ und das elektrische Feld $\underline{E}_D(\underline{r})$ der Ladungsverteilung in Abhängigkeit des Dipolmoments $\underline{p} \equiv q\underline{l}$, wieder im Grenzfall $|\,\underline{r}\,| \gg |\,\underline{r}l\,|$.

3. Skizziern Sie die Äquipotentialflächen des Potentials V_D und die Feldlinien des $\underline{E}_D$-Feldes, indem Sie das Dipolmoment beispielsweise in z-Richtung ansetzten.

4. Berechnen Sie die Kraft $\underline{F}(\underline{r})$ und das Drehmoment $\underline{D}(\underline{r})$, die ein Dipol in einem vorgegebenen elektrischen Feld $\underline{E}(\underline{r})$ am Ort $\underline{r}$ mit vorgegeben Dipolmoment $\underline{p}$ erfährt.