

4. Übungsblatt zur Einführung in die Theoretische Physik II

Abgabe: bis Dienstag 21.11.2006 14:00 Uhr im Briefkasten im Physik Altbau/Ernst-Ruska Bau.

Aufgabe 7 (8 Punkte): *mathematische Übungen II*

- (a) Berechnen Sie das folgende Kurvenintegral direkt und mit Hilfe des Satz von Stokes

$$\int_K \underline{ds} \cdot \underline{A}(\underline{r}),$$

wobei $\underline{A} = (2x - y, -yz^2, -y^2z)$ ist und die Kurve K durch die Gleichungen $x^2 + y^2 = 1$ und $z = 0$ beschrieben sei.

- (b) Betrachten Sie das Vektorfeld

$$\underline{F}(\underline{r}) = f(r) \underline{e}_r,$$

wobei \underline{e}_r der Einheitsvektor in Radialrichtung (Kugelkoordinaten) und $f(r)$ eine skalare Funktion ist, die nur vom Radius abhängt.

- (i) Zeigen Sie, dass $\underline{F}(\underline{r})$ konservativ ist.
(ii) Bestimmen Sie $f(r)$ so, dass $\operatorname{div}\underline{F} = 0$ ist.

Aufgabe 8 (12 Punkte): *Magnetisches Moment*

Auf einer Hohlkugel mit Radius R ist die Ladung Q homogen verteilt. Die Kugel rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$.

Es soll das magnetische Moment und das Magnetfeld der Kugel berechnet werden. Die hierbei auftretenden Volumenintegrale lassen sich in Kugelkoordinaten lösen, indem die z-Achse der Integrationsvariable geeignet gewählt wird.

- (a) Schreiben Sie zunächst die Ladungsverteilung und die Stromverteilung auf.
- (b) Berechnen Sie aus der Stromverteilung das magnetische Moment (Formel aus Vorlesung). Wählen Sie dazu die z-Achse der Integrationsvariable in Richtung $\underline{\omega}$.
- (c) Berechnen Sie das Vektorpotential \underline{A} mit Hilfe der Formel

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbb{R}^3} d^3r' \frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|}.$$

Wählen Sie hierzu die z'-Achse in Richtung $\underline{\omega}$ und lösen Sie die Integrale nach Vereinfachung durch Substitution und Fallunterscheidung für den Innen- und Außenraum.

- (d) Berechnen Sie aus dem Vektorpotential \underline{A} die magnetische Induktion \underline{B} .