Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik
6. Dezember 2006

Prof. Dr. H. Engel
Valentin Flunkert, MSc
Dipl.-Phys. Frank Milde

www.itp.tu-berlin.de/etp2_ws2006.html
Tutoren: Sibylle Anderl, Sebastian Brandstetter, Christopher Wollin

8. Übungsblatt zur Einführung in die Theoretische Physik II

Abgabe: bis Dienstag 19.12.2006 14:00 Uhr im Briefkasten im Physik Altbau/Ernst-Ruska Bau.

Aufgabe 16 (8 Punkte): *Compton-Effekt*

Ein überzeugender Versuch zur Teilchennatur elektromagnetischer Strahlung ist der 1922/23 entdeckte Compton-Effekt, der bei Streuung kurzwelliger Röntgenstrahlung an freien Elektronen beobachtet wird.
Licht der Wellenlämge λ streue an einem (anfangs ruhenden) freien Elektron der Masse m_e.

(a) Wie groß ist die Wellenlänge $\lambda^{'}$ des gestreuten Lichts als Funktion des Streuwinkels ϑ? Nimm dazu an, dass der Lichtstrahl aus Quanten mit definierter Energie $E = \frac{hc}{\lambda}$ und definiertem Impuls $p = \frac{E}{c}$ besteht.

(b) Gib die Größenordnung $\frac{\lambda - \lambda^{'}}{\lambda}$ für sichtbares Licht, Röntgenstrahlung und γ-Strahlung an.

Hinweis: Der Streuprozess wird durch die Impuls- und Energieerhaltung beschrieben. Verwende für die Elektronen die relativistische Beziehung $E_e^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$ (Einstein 1905).

Aufgabe 17 (12 Punkte): *Kastenpotenzial mit endlich hohen Wänden*

Der rechteckige, eindimensionale Potenzialtopf findet als vereinfachte Darstellung in vielen konkreten Problemen mit kurzreichweitigen, anziehenden Kräften wie z.B Störstellen in Festkörpern seine Anwendung. In dieser Aufgabe sollt ihr untersuchen, welche Energieeigenwerte und Wellenfunktionen für Elektronen in einem endlich hohen Potenzialtopf existieren.

Gegeben sei ein Potenzial $V(x)$ durch

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{für} - a < x < a \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Da hier nur gebundene Zustände betrachtet werden, ist $-V_0 < E < 0$. Löse für diesen Fall die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung durch geeignete Ansätze für die drei Bereiche des Potenzials. Benutze dabei die Rand- und Stetigkeitsbedingungen zur Reduzierung der auftretenden Konstanten. Stelle die Wahrscheinlichkeitsdichten für die untersten Zustände grafisch dar.

Hinweis: Zur Bestimmung der Energieeigenwerte ist es sinnvoll, gerade und ungerade Lösungen getrennt zu behandeln. Als Bestimmungsgleichungen für die Energieeigenwerte erhält man tranzendente Gleichungen ($\gamma a = ka \tan ka$ und $(ka)^2 + (\gamma a)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} a^2 V_0$), die sich nicht mehr analytisch lösen lassen. Grafisch kann man jedoch Aussagen über Anzahl und Größe der Energieeigenwerte (Schnittpunkte der beiden Kurven im $\gamma(k)$-Diagramm) in Abhängigkeit von der Tiefe V_0 und der Breite a des Topfes machen.