24. Oktober 2006

Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Frank Elsholz, Dr. Clive Emary, Dipl.-Phys. Ermin Malic www.itp.tu-berlin.de/2580.html

1. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IV

Differentiale und Adiabaten-Gleichung

Abgabe: Montag 23.10. 2006 bis 13.00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 1 (5 Punkte): *Differentiale im Zustandsraum mit Loch*
Betrachte ein thermodynamisches System mit der x-y-Ebene ohne den Ursprung, d.h. $Z_0 \equiv R^2 \backslash (0,0)$, als Zustandsraum. Wir untersuchen, ob ein gegebenes Differential $\omega(x,y)$ eine innere Energie $U(x,y)$ mit $dU = \omega$ definiert. Betrachte die zwei Kandidaten

$$\omega_1(x,y) \equiv \frac{2xdx}{x^2+y^2} + \frac{2ydy}{x^2+y^2}, \quad \omega_2(x,y) \equiv \frac{-ydx}{x^2+y^2} + \frac{xdy}{x^2+y^2}.$$

(1.1) Berechne die Kurvenintegrale $\int \omega_1$ und $\int \omega_2$ für Zustandsänderungen entlang des Einheitskreises (eine Umrundung).

(1.2) Schreibe ω_1 und ω_2 in ebenen Polarkoordinaten.

(1.3) Finde die innere Energie $U_1(x,y)$ so dass $dU_1 = \omega_1$, und skizziere die Fläche $U_1(x,y)$.

(1.4) Das Differential ω_2 ist nicht exakt, d.h es gibt keine innere Energie U_2 mit $dU_2 = \omega_2$ im Zustandsraum Z_0. Wir schneiden jetzt den Zustandsraum z.B. entlang der positiven x-Achse auf, $Z_1 \equiv R^2 \backslash \{x \geq 0\}$. Zeige, dass dann $\omega_2 = dU_2$ exakt in Z_1 ist, und skizziere die Fläche $U_2(x,y)$ der inneren Energie. HINWEIS: benutze die Darstellung von ω_2 in ebenen Polarkoordinaten, s.o.

Aufgabe 2 (5 Punkte): *Adiabaten-Gleichung*
Die Zustandsgleichung eines ideales Gases aus N Teilchen in einem Volumen V mit p und Temperatur T lautet

$$pV = Nk_BT.$$

(2.1) Zeigen Sie, daß der Wärmetransfer bei einem infinitesimalen quasistatischen Prozesses mit N Gasmolekülen gegeben wird durch

$$\delta Q = \frac{C_V V dp + C_p p dV}{Nk_B}.$$

(2.2) Mit diesem Ergebnis und unter der Annahme konstanter (temperaturunabhängiger) Wärmekapazitäten, zeigen Sie für einen quasistatischen, adiabatischen Prozess eines ideales Gases

$$pV^\gamma = K, \tag{1}$$

wobei K eine Konstante ist und $\gamma \equiv C_p/C_V$.

(2.3) Zeigen Sie, daß die an dem Gas während einer quasistatischen, adiabatischen Kompression von Zustand (p_i, V_i, T_i) zum Zustand (p_f, V_f, T_f) verrichtete Arbeit gegeben wird durch

$$W = \frac{p_f V_f - p_i V_i}{\gamma - 1} = \frac{p_i V_i \left\{ (V_f/V_i)^{\gamma-1} - 1 \right\}}{\gamma - 1} \tag{2}$$

Bitte Rückseite beachten!⟶

(2.4) Durch Anwendung der Beziehung $C_p - C_v = Nk_B$, zeigen Sie, daß die obige Gleichung für W umgeschrieben werden kann als

$$W = C_V(T_f - T_i). \tag{3}$$

Zeigen Sie auch, wie dieser Ausdruck aus der Energieerhaltung und der Tatsache, daß C_V konstant ist, folgt (ideales Gas).

- **Internetseite der Veranstaltung:** http://www.itp.tu-berlin.de/2580.html
- **Vorlesung:** Dienstags 10 bis 12 und Donnerstags 8 bis 10 , P-N 203
- **Literatur (siehe Skript):**
  - A. Sommerfeld
  - R. Becker
  - W. Nolting
  - N. Straumann
  - H. B. Callen
- **Tutorien:**
  - Di. 12:15-13:45 Dr. Clive Emary
  - Mi. 8:15-9:45 Dipl.-Phys. Ermin Malic
  - Fr. 8:15-9:45 Dr. Frank Elsholz
- **Scheinkriterien:** 50% der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien (einmal Vorrechnen) und bestandene Klausur.
- **Sprechstunden:**

  Prof. Dr. T. Brandes: Mo, 13:00 - 14:00 Uhr PN 744
  Dr. Clive Emary: Di, 14:00 - 15:00 Uhr PN 705
  Dr. Frank Elsholz: Di, 14:00 - 15:00 Uhr PN 629
- **Klausur:** Letzter Vorlesungstermin (8. Februar 2007).