

## 4. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IV

Entropie, Infinitesimaler Gay-Lussac, Clausius-Clapeyron

**Abgabe: Montag 13.11 2006** bis 13.00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

### Aufgabe 9 (3 Punkte): *Infinitesimaler Gay-Lussac Überströmversuch*

Betrachten Sie zwei durch eine kleine Öffnung verbundene Behältnisse mit Volumina  $V_1$  und  $V - V_1$ , wovon anfangs lediglich das Volumen 1 mit einem Gas gefüllt ist und zweite Volumen ein Vakuum enthält bevor man das Gas durch die kleine Öffnung überströmen läßt. Die innere Energie  $U$  des Gesamtsystems ist beim Überströmen konstant. Zeigen Sie, dass für kleine  $\partial V$  die Änderungen von Temperatur und Entropie durch

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U = \frac{1}{C_V} \left[ p - T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \right] \quad (1)$$

(2)

und

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U = \frac{p}{T} \quad (3)$$

gegeben sind.

### Aufgabe 10 (4 Punkte): *van-der Waals Gas*

Wir wollen nun ein Mol eines van der Waals Gases mit der Zustandsgleichung

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \quad (4)$$

betrachten.

1. Verwenden Sie die fundamentale thermodynamische Gleichung und eine geeignete Maxwell-Relation, um zu zeigen, daß

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2} \quad (5)$$

gilt. Hierbei beschreibt  $U$ , wie üblich, die innere Energie des Gases.

2. Zeigen Sie, daß folglich die Wärmekapazität bei festem Volumen,  $C_V$ , nur von der Temperatur, jedoch nicht vom Volumen abhängt:  $C_V = C_V(T)$ . Am besten zeigen Sie dazu, daß

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = 0 \quad (6)$$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, daß  $C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V$ , da für konstantes Volumen  $dW^{\text{rev}} = 0$  ist.

3. Zeigen Sie sodann, daß folglich die innere Energie durch

$$U(T, V) = \int dT C_V(T) - \frac{a}{V} + \text{const} \quad (7)$$

gegeben sein muß. Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit dem entsprechenden Ausdruck für ein ideales Gas.

4. Betrachten Sie die Entropie als Funktion von Temperatur von Volumen:  $S = S(T, V)$  und zeigen Sie, daß

$$dS = \frac{R}{V-b} dV + \left(\frac{C_V}{T}\right) dT \quad (8)$$

ist. Zeigen Sie desweiteren, daß für das van der Waals Gas beim reversiblen, adiabatischen Prozeß gilt:

$$T(V - b)^{R/c} = \text{const}, \quad (9)$$

was wir in Analogie zum idealen Gas (Aufgabe 2, Gl. (1)) auffassen. Hierbei betrachten wir die Wärmekapazität  $C_V(T) = c$  als Konstante der Temperatur.

5. Berechnen Sie abschließend für ebenfalls konstantes  $C_V(T) = c$  die Entropie eines Moles eines van der Waals Gases:

$$S(T, V) - S(T_0, V_0) = c \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) + R \ln \left( \frac{V - b}{V_0 - b} \right). \quad (10)$$

[Hinweis: Für  $b = 0$  reduziert sich dieser Ausdruck auf jenen eines Moles eines idealen Gases.]

**Aufgabe 11** (3 Punkte): *Clausius-Clapeyron-Gleichung*

Betrachten Sie Phasenübergänge 1. Ordnung zwischen einer gasförmigen und einer flüssigen Phase eines einfachen Stoffes. Leiten Sie die Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q}{(V_{fl} - V_g)T} \quad (11)$$

durch Betrachten der horizontalen  $p(V)$ -Abschnitte im  $p$ - $V$ -Diagramm und den entsprechenden linearen Teilen der freien Energie  $F(V, T)$  her. Hinweis: Drücken Sie die Verdampfungswärme  $Q$  durch  $T\Delta S$  aus ( $\Delta S$ : Entropiedifferenz).

**Hinweis: Die VL am 9.11. entfällt.**

- **Internetseite der Veranstaltung:** <http://www.itp.tu-berlin.de/2580.html>
- **Vorlesung:** Dienstags 10 bis 12 und Donnerstags 8 bis 10 , P-N 203
- **Tutorien:**
  - Di. 12-13 P-N 229 Dr. Clive Emary
  - Mi. 10-12 MA 544 (P-N 184 ?) Dipl.-Phys. Ermin Malic
  - Fr. 8-10 P-N 226 Dr. Frank Elsholz
- **Literatur (siehe Skript):**

A. Sommerfeld, R. Becker, W. Nolting, N. Straumann, H. B. Callen, F. Reif, L. Reichl, Landau, H.E. Stanley (Phasenübergänge, krit. Phänomene)
- **Scheinkriterien:** 50% der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien und bestandene Klausur.
- **Sprechstunden:**

Prof. Dr. T. Brandes: Mo, 13 - 14 Uhr PN 744  
 Dr. Clive Emary: Di, 14 - 15 Uhr PN 705  
 Dr. Frank Elsholz: Di, 13 - 14 Uhr PN 629  
 Dipl.-Phys. Ermin Malic: Mi. 12 - 13 Uhr im P-N 152
- **Klausur:** 8. Februar 2007.