

8. Übungsblatt zur Theoretischen Physik IV

Zustandsdichte, klassischer Limes

Abgabe: Montag 11 Dez. 2006 bis 13.00 Uhr in den Briefkasten im Physik-Altbau.

Aufgabe 15 (3 Punkte): Zustandsdichte

Berechnen Sie die Einteilchen-Zustandsdichte $\nu_D(E)$ eines freien Teilchens mit Dispersion $E = |\mathbf{k}|^2 = k_1^2 + \dots + k_D^2$ ($\hbar = 2m = 1$) im D -dimensionalen Volumen L^D ($D = 1, 2, 3, \dots, 2736, \dots$ beliebig), z.B. mit dem in der Vorlesung gezeigten 'Trick'. Geben Sie mit Hilfe des hergeleiteten Resultates auch die N -Teilchen-Zustandsdichte für N nicht-wechselwirkende Teilchen an, von denen jedes die Dispersion $E = |\mathbf{k}|^2 = k_1^2 + \dots + k_d^2$ ($\hbar = 2m = 1$) in d Dimensionen hat.

Aufgabe 16 (4 Punkte): Klassischer Limes

Zeigen Sie für ein Teilchen in d Dimensionen mit Hamiltonoperator $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$, dass für die kanonische Zustandssumme im thermodynamischen Limes eines grossen Volumens $L^d \rightarrow \infty$ gilt

$$Z = \frac{1}{(2\pi\hbar)^d} \int d^d p \int d^d x e^{-\beta \left[\frac{(p - i\hbar\nabla)^2}{2m} + V(x) \right]}, \quad (1)$$

(∇ : Nabla-Operator) und erklären Sie damit kurz den klassischen Limes.

Aufgabe 17 (3 Punkte): Kummulanten

Betrachten Sie Elektronen, die mit der Wahrscheinlichkeit $T \in [0, 1]$ durch eine Barriere tunneln. Die Anzahl der transmittierten Elektronen n fuer eine vorgegebene Anzahl von Bernoulli-Versuchen N folgt einer Binomialverteilung

$$P_{\text{binomial}}(n) = \binom{N}{n} T^n (1 - T)^{N-n}.$$

a) Zeigen Sie, dass die zugehoerige Kumulantenerzeugende gegeben ist durch

$$\Gamma_{\text{binomial}}(\alpha) = N \ln[1 + T(\exp(\alpha) - 1)].$$

b) Berechnen Sie die ersten drei Kumulanten $\langle n \rangle_c, \langle n^2 \rangle_c$ und $\langle n^3 \rangle_c$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

c) Zeigen Sie fuer $T \ll 1$ und $NT \rightarrow \langle n \rangle$, dass die Binomialverteilung in eine Poissonverteilung mit der Kumulantenerzeugenden

$$\Gamma_{\text{poisson}}(\alpha) = \langle n \rangle [\exp(\alpha) - 1]$$

uebergeht.

- **Internetseite der Veranstaltung:** <http://www.itp.tu-berlin.de/2580.html>
- **Vorlesung:** Dienstags 10 bis 12 und Donnerstags 8 bis 10 , P-N 203
- **Tutorien:**
 - Di. 12-13 P-N 229 Dr. Clive Emary
 - Mi. 10-12 P-N 184 Dipl.-Phys. Ermin Malic
 - Fr. 8-10 P-N 226 Dr. Frank Elsholz
- **Literatur (siehe Skript):**

A. Sommerfeld, R. Becker, W. Nolting, N. Straumann, H. B. Callen, F. Reif, L. Reichl, L. D. Landau, H.E. Stanley, Huang, Stumpf
- **Scheinkriterien:** 50% der Punkte aus den Übungszetteln, aktive Teilnahme an den Tutorien und bestandene Klausur.
- **Sprechstunden:**

Prof. Dr. T. Brandes: Mo, 13 - 14 Uhr PN 744
Dr. Clive Emary: Do, 16 - 17 Uhr PN 705
Dr. Frank Elsholz: Di, 13 - 14 Uhr PN 629
Dipl.-Phys. Ermin Malic: Mi. 12 - 13 Uhr im P-N 152
- **Klausur:** 8. Februar 2007.