Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

24. Oktober 2007

Prof. Dr. H. Stark
Dipl.-Phys. Frank Milde
Dipl.-Phys. Reinhart Vogel

www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws0708/pvbs/mechanik/
Tutoren: Uyen Dang, Christin David und Christopher Wollin

3. Übungsblatt zur Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: bis Mittwoch 07.11.2006 8:30 Uhr in der VL.

Aufgabe 6 (10 Punkte): *Lineare Algebra - Drehmatrizen*

Gegeben sei die Matrix

$$\underline{\underline{D}}(\phi,\theta) := \begin{pmatrix} \cos\phi\cos\theta & \sin\phi & \cos\phi\sin\theta \\ -\sin\phi\cos\theta & \cos\phi & -\sin\phi\sin\theta \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix},$$

mit $\phi \in [0, 2\pi]$ und $\theta \in [0, \pi]$.

(a) Berechnen Sie die Determinante

$$\det \underline{\underline{D}}(\phi,\theta).$$

(b) Wenden sie die Matrix auf den Einheitsvektor $\underline{\mathsf{e}}_z = (0,0,1)^\mathsf{T}$ an:

$$\underline{\mathsf{v}}(\phi,\theta) := \underline{\underline{D}}(\phi,\theta)\underline{\mathsf{e}}_z.$$

Ist der Vektor $\underline{\mathsf{v}}(\phi,\theta)$ normiert?

(c) Berechnen Sie den Winkel zwischen $\underline{\mathsf{v}}(\phi,\theta)$ und der z-Achse.

(d) Berechnen Sie den Winkel zwischen der x-Achse und der Projektion von $\underline{\mathsf{v}}(\phi,\theta)$ auf die x-y Ebene.

Aufgabe 7 (10 Punkte): *Galileitransformation*
Wir betrachten die Raumzeit der klassischen Mechanik $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$, wobei $\mathbb{R}^3$ der 3-dimensionale euklidische Raum und $\mathbb{R}$ die Zeit ist. Punkte $a = (\underline{r}_a, t_a) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ heißen Ereignisse. Zwei Ereignisse $a, b \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ heißen gleichzeitig, wenn der zeitliche Abstand $\Delta t(a,b) = t_a - t_b = 0$ ist. Der räumliche Abstand von zwei gleichzeitigen Ereignissen ist durch das euklidische Skalarprodukt wie folgt gegeben

$$d(a,b) = |\underline{r}_a - \underline{r}_b| = \sqrt{(\underline{r}_a - \underline{r}_b)\cdot(\underline{r}_a - \underline{r}_b)}.$$

Wir betrachten folgende Transformationen $(\underline{r}', t') = g_i(\underline{r}, t)$, die die newtonschen Gesetze forminvariant lassen.

(i) Gleichförmige Bewegung mit Geschwindigkeit $\underline{v} \in \mathbb{R}^3$

$$g_1(\underline{r},t) = (\underline{r} + \underline{v}t, t) \qquad \forall t \in \mathbb{R}, \underline{r} \in \mathbb{R}^3$$

(ii) Translation des Ursprungs um $(\underline{s}, s) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$

$$g_2(\underline{r},t) = (\underline{r} + \underline{s}, t + s)$$

(iii) Rotation der Koordinatenachsen mit $\underline{\underline{D}} \in O(3)$

$$g_3(\underline{r},t) = (\underline{\underline{D}}\,\underline{r}, t)$$

3. Übung TPI WS2007/08

Durch Hintereinanderausführung dieser 3 Transformationen erhält man eine allgemeine Galileitransformation zwischen zwei zueinander bewegten Inertialsystemen.

$$g(\underline{r},t) = g_3 \circ g_2 \circ g_1(\underline{r},t) = (\underline{\underline{D}}(\underline{r} + \underline{v}t + \underline{s}), t + s) = (\underline{r}', t')$$

.

(a) Welche freien Parameter hat eine Galileitransformation.

(b) Zeigen Sie, daß die Hintereinanderausführung von zwei Galileitransformation wieder eine Galileitransformation ist.

(c) Zeigen Sie, daß die Galileitransformation bezüglich der Hintereinanderausführung eine Gruppe ist (zu zeigen: Assoziativität, Existenz des inversen Elements und des neutralen Elements).

(d) Zeigen Sie, daß der zeitlichen Abstand zweier beliebiger Ereignisse und der räumlichen Abstand zwischen zwei gleichzeitigen Ereignissen invariant unter Galileitransformationen ist (d.h. $\Delta t(a,b) = \Delta t(a',b')$ und $d(a,b) = d(a',b')$ mit $a' = g(a)$)

(e) Betrachten Sie zwei beliebige Inertialsysteme und beurteilen Sie, ob folgende Aussagen sinnvoll sind.

   1. Die Ereignisse a und $b \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ sind 2 Ereignisse, die gleichzeitig an zwei verschiedenen Standorten statt finden.
   2. Die Ereignisse a und $b \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ sind 2 Ereignisse, die zu zwei verschiedenen Zeiten an dem gleichen Ort statt finden.