

### 3. Übungsblatt zur Statistische Physik II

**Abgabe (Einzelabgabe):** Eine Woche nach der Ausgabe im Tutorium.

**Aufgabe 1 :** *großkanonisches Ensemble (5 Punkte)*

In der Vorlesung wurde die Informationsentropie (Shannon)

$$S = -K \sum_{i=1}^N p_i \ln p_i$$

eingeführt. Es wurde gezeigt, wie man aus der Informationsentropie  $S$ , dem 'maximum entropy principle' und der Nebenbedingung  $S p(\hat{\rho}) = 1$  die mikrokanonische Verteilung herleiten kann. Leiten Sie analog dazu die großkanonische Verteilung her.

**Aufgabe 2 :** *Ensemble (5 Punkte)*

Betrachten Sie ein System bestehend aus  $N$  nicht miteinander wechselwirkenden unterscheidbaren Teilchen. Stellen Sie für ein solches System die kanonische und großkanonische Zustandssumme auf. Bestimmen Sie die thermodynamischen Funktionen  $U(T, V, N)$ ,  $S(T, V, N)$  und  $F(T, V, N)$  für beide Ensembles.

**a)** Zeigen Sie dass die innere Energie des großkanonischen Ensembles  $U_g$  gleich der inneren Energie des kanonischen Ensembles  $U_k$  ist.

**b)** Bestimmen Sie die Entropie und die freie Energie pro Teilchen  $(s, f)$ . Zeigen Sie, dass für große  $N$

$$\frac{(s_g - s_c)}{k} = -\frac{f_g - f_c}{kT} \approx \frac{\ln N}{N}$$

ist.

Hinweise:

1. Für die Bestimmung der thermodynamischen Größen des großkanonischen Ensembles als Funktionen von  $N$  passe man das chemische Potential so an, dass  $N = \langle N \rangle_{GK}$  gilt.
2. Die freie Energie kann mit Hilfe von  $F(T, V, N)_g = \mu N - J(T, V, N)$  bestimmt werden, wobei  $J$  das großkanonische Potential ist.

*Bitte wenden*  $\longrightarrow$

**Aufgabe 3 : Polarisation (5 Punkte, alternativ zu A1, A2 oder Bonus)**

Betrachten Sie ein verdünntes Gas bestehend aus zweiatomigen Molekülen. Jedes Molekül soll ein Dipolmoment  $\mu$  besitzen. Angenommen das Gas befindet sich in einem elektrischen Feld  $\mathbf{E}$ , welches in z-Richtung orientiert ist (d.h.  $\mathbf{E} = (0, 0, E)$ ). Für ein solches Systems ergibt sich die Energie zu

$$H = H_{trans} + \frac{1}{2I}(p_\theta^2 + \frac{p_\phi^2}{\sin^2 \theta}) - \mu E \cos \theta,$$

wobei mit  $I$  das Trägheitsmoment bezeichnet wurde.

**a)** Bestimmen Sie die Polarisation  $\mathbf{P}$ .

**b)** Zeigen Sie, dass für schwache Felder die Dielektrische Verschiebung  $\mathbf{D}$  durch

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \frac{N\beta\mu^2}{3V} \mathbf{E}$$

genähert werden kann.

Hinweis:

Schreiben Sie die Zustandssumme in  $Z = Z_1 Z_{rot}$  und bestimmen Sie nur den Anteil explizit, den Sie für die Berechnung der Polarisation benötigen.

- Vorlesung: Mi 10<sup>15</sup> - 11<sup>45</sup> Uhr, EW 731 Do 14<sup>15</sup> - 15<sup>45</sup> Uhr, EW 184

Tutorien: Mo 14<sup>15</sup> - 15<sup>45</sup> Uhr, EW 184

- **Kontakt, Inhalte, Übungsblätter etc.:** <http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws0708/wpfv/statii/>

- **Scheinkriterien:**

Mindestens 50 Prozent der Übungspunkte und aktive Teilnahme am Tutorium.

Mit diesem Übungsschein sind die Übungen im Fach Statistische Physik I und II abgegolten.

- **Sprechstunde:** S. Heidenreich im EW 702, jeder Zeit