Technische Universität Berlin
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K.-E.Hellwig

07.01.08
Abgabe: 21.01.08

5. Übungsblatt zur Quanteninformationstheorie I u.II

Nächste Übung: Fr.,14.01.08, 10:00, Raum PN-733

Aufgabe 13 (4 Punkte): Man bertrachte in $\mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2$ den Operator $A = \sum_{\nu=0}^{3} \nu|\Phi_\nu >< \Phi_\nu|$, wobei $\Phi_0 = |00> +|11>$, $\Phi_1 = |00> -|11>$, $\Phi_2 = |01> +|10>$, $\Phi_3 = |01> -|10>$.
(13.1) Man entwickle in $\mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2$ den Zustand

$$|\Psi >= |\psi > \otimes (1/\sqrt{2})(00> +|11>)$$

nach den normierten Eingevektoren von $A \otimes \mathbf{1}_2$ und **zeige**, welchen Zustand das dritte Qubit nach einer Idealmessung von $A \otimes \mathbf{1}_2$ mit dem Ergebnis ν hat und **bestimme** den unitären $\mathbf{C}^2$ Opertaor U_ν, der das dritte Qubit in den Zustand $|\psi>$ transformiert.
(13.2) Man entwickle in $\mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2$ den Zustand

$$|\tilde{\Psi} >= |\psi > \otimes (\mathbf{1}_2 \otimes V)(1/\sqrt{2})(00> +|11>) \otimes |\varphi>,$$

wobei V ein unitärer $\mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2$ Operator ist, nach den normierten Eingevektoren von $A \otimes \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_2$ und **zeige**, welchen Zustand das dritte und vierte Qubit nach einer Idealmessung von $A \otimes \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_2$ mit dem Ergebnis ν haben und **bestimme** den unitären $\mathbf{C}^2 \otimes \mathbf{C}^2$ Opertaor W_ν, der das dritte und vierte Qubit in den Zustand $|W(\psi > \otimes |\varphi>)$ transformiert.

Aufgabe 14 (3 Punkte): Im Tensorprodukt zweier endlichdimensionaler Hilberträume heißt ein selbstadjungierter, nicht definiter Operator W ein "Verschränktheitszeuge". wenn für alle separablen reinen Zustände $\Psi = \psi \otimes \varphi$ gilt $< \Psi, W\Psi > \geq 0$ ist. **Man zeige**, dass $\mathbf{1}_4 - 2|\Phi^+ >< \Phi^+|$, wobei $\Phi^+ = (1/\sqrt{2})(00> +|11>)$, ein solcher Versrhänktheitszeuge ist.

Aufgabe 15 (3 Punkte): Seien ρ_k Dichteoperatoren eines endlichdimensionalen Hilbertrauimes. **Man zeige** Die v. Neumann Entropie ist konkav, d.h. für $\lambda_k \geq O$ und $\sum_{k=1}^{K} = 1$ ist

$$\sum_{k=1}^{K} \lambda_k S(\rho_k) \leq S(\sum_{k=1}^{K} \lambda_k \rho_k).$$

Dabei kann das Kleinsche Lemma (s. Vorlesung) verwendet werden.