

2. Übungsblatt – Allgemeine Relativitätstheorie II

Abgabe: Di. 04.11.2008 14:00 Uhr

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe in Dreiergruppen ist erwünscht.

Aufgabe 2 (10 Punkte): Energie-Impuls-Tensor und Feldgleichungen aus dem Variationsprinzip

Die Lagrangedichte des elektromagnetischen Feldes mit Quellen im Riemannschen Raum lautet:

$$L_M = \sqrt{-g} \left(-\frac{c}{16\pi} F_{\kappa\mu} F_{\lambda\nu} g^{\kappa\lambda} g^{\mu\nu} - j_\kappa g^{\kappa\lambda} A_\lambda \right).$$

Hierbei ist A_κ das Vierer-Potential, j^κ der Strom und $F_{\alpha\beta} = A_{\alpha;\beta} - A_{\beta;\alpha}$ der (antisymmetrische) elektromagnetische Feldstärketensor.

- Bestimmen Sie durch Ausführung der Variation:

$$T_{\alpha\beta} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_M)}{\delta g^{\alpha\beta}}$$

den Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes. Warum müssen die Christoffelsymbole bei dieser Variation nicht beachtet werden?

Hinweis:

Der resultierende Tensor ist symmetrisch.

- Leiten Sie durch Variation nach den Vierer-Potentialen A_α die kovarianten inhomogenen Maxwellgleichungen ab.

Hinweis:

Verwenden Sie die Identität $\Gamma_{\kappa\tau}^\kappa = \frac{g_{;\tau}}{2g}$.

- Zeigen Sie die kovariante Ladungserhaltung $j^\kappa_{;\kappa} = 0$ mit Hilfe der in 2.) erhaltenen kovarianten inhomogenen Maxwellgleichung.
- Bestimmen Sie die Divergenz des in 1.) abgeleiteten Energie-Impuls-Tensors und vereinfachen Sie diese. Diskutieren Sie das Ergebnis.

Vorlesung:	• Mittwoch 16:15 Uhr – 17:45 Uhr im EW 229
Übung:	• Dienstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 114
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte.
Sprechzeiten:	• Prof. H.-H. v. Borzeszkowski: EW 740 n. V. • Dr. Thoralf Chrobok: Mo, 14:00–15:00 Uhr im EW 740 • Dipl.-Phys. Sebastian Heidenreich: Do, 11:30–12:30 Uhr im EW 702

Die Anmeldung muss bis zum 3.11.2008 22:59 Uhr unter
https://www.itp.physik.tu-berlin.de/cgi-bin/lvdb/anmeldung.py?id=ws08_art2
erfolgen.