

6. Übungsblatt zur Theoretische Physik I Mechanik

Abgabe: Montag 1.12. bis 12:00 in den Briefkasten

Unbedingt den eigenen Namen und Matrikelnr. sowie den Namen des Tutors und das Tutorium angeben. **Der Zettel wird sonst nicht korrigiert!** Es werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte.

Achtung! Veränderte Aufgabe 21!

Aufgabe 19 (10 Punkte): Kräftefreier Kreisel

Beachte Vorarbeit im Skript 3.3.3

1. Zeigen Sie für den kräftefreien symmetrischen Kreisel, dass man die folgende Präzessionsgeschwindigkeit erhält:

$$\dot{\phi} = \frac{L_Z}{\Theta_1}$$

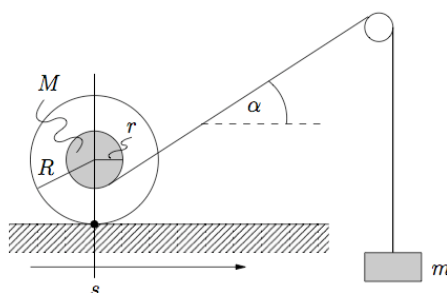
2. Zeigen Sie, wie daraus auch $\theta = \text{const}$ folgen muss, sowie weiterhin $\dot{\psi} = \text{const}$.
3. Zeigen Sie den Zusammenhang zwischen der Rotationsfrequenz um die Figurenachse $\dot{\psi}$, dem Neigungswinkel θ und der Präzessionsfrequenz $\dot{\phi}$, welcher wie folgt ist:

$$\dot{\phi} = \frac{\Theta_3}{\Theta_1 - \Theta_3 \cos \theta} \dot{\psi}$$

Aufgabe 20 (10 Punkte): Folgsame und unfolgsame Garnrolle

Eine Garnrolle bestehe zum einen aus zwei äusseren Scheiben mit Radius R und vernachlässigbarer Masse. Zum anderen einem inneren Zylinder mit Radius r und Masse M , auf dem ein Faden aufgewickelt ist. Die äußeren Scheiben rollen reibungsfrei auf einer Unterlage, ohne zu Rutschen. Ein Faden liegt am inneren Zylinder mit dem Winkel α an. Durch eine hängende Masse m wirkt eine Kraft auf die Garnrolle, wobei α dabei konstant bleibt.

1. Geben Sie die Lagrangefunktion des Gesamtsystems als Funktion der generalisierten Koordinate s (Position der Garnrolle) an.
2. Leiten Sie die Bewegungsgleichung für s ab.
3. Die Rolle sei zu Beginn des Vorgangs in Ruhe $\dot{s}(0) = 0$. Für kleine Winkel würde die Rolle nach rechts loslaufen, für große dagegen nach links. Bestimmen Sie den Grenzwinkel α_c .



6. Übung TPI WS08/09

Aufgabe 21 (10 Punkte): Legendretransformation

1. Berechnen Sie die Legendre-Transformierte $g(u)$ **und Rücktransformierte** folgender Funktionen:

$$f_1(x) = \alpha x, f_2(x) = \frac{1}{2}mx^2, f_3(x) = \exp(\alpha x), f_4(x) = \beta(x - \gamma)^2, f_5(x) = x^\alpha/\alpha$$

2. **EXTRA:** Gegeben sei folgende Lagrangefunktion:

$$L(x, \dot{x}) = \alpha(x)\dot{x} - V(x)$$

ÄNDERUNG: Zeigen sie, dass die gegebene Lagrangefunktion nicht zu einer Bewegungsgleichung führt. Welche Abhängigkeit könnte man ändern, um daraus eine Bewegungsgleichung zu erhalten? Interpretieren sie die Bewegung.

Aufgabe 22 (10 Punkte): Hamiltonfunktion

Ein Massenpunkt bewegt sich in der xy-Ebene unter dem Einfluss einer Zentralkraft, deren Betrag nur vom Abstand zum Koordinatenursprung abhängt.

1. Stellen Sie die Lagrangefunktion des Systems in Polarkoordinaten (r, ϕ) auf.
2. Berechnen Sie die verallgemeinerten Impulse und erzeugen Sie daraus die Hamiltonfunktion:

$$H = \sum_{\alpha=1}^n p_\alpha \dot{q}_\alpha - L$$

3. Berechnen Sie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen.