

8. Übungsblatt zur Theoretische Physik I Mechanik

Abgabe: Montag 15.12. bis 12:00 in den Briefkasten

Name und Matrikelnr. sowie Name des Tutors + Tutorium sind anzugeben.

Kommentare und Zwischenschritte sind niederzuschreiben.

Klausur: 4. 2. 2009 um 8:00 Uhr (s.t.) im Raum **ER 270** (Altbau)

Aufgabe 27 (10 Punkte): Verkürzte Wirkung

1. Berechnen Sie die verkürzte Wirkung $W(\mathbf{q})$ eines freien Teilchens der Masse m in zwei räumlichen Dimensionen. Lösen Sie hierzu die verkürzte Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung $H(\mathbf{q}, \frac{\partial W}{\partial \mathbf{q}}) = E$ für $W(\mathbf{q})$, z.B. durch einen linearen Ansatz für $W(\mathbf{q})$. Skizzieren Sie die Äquipotentiallinien von W und zeichnen Sie $\nabla_{\mathbf{q}} W$ ein. Interpretieren Sie das Ergebnis.
2. Berechnen und interpretieren Sie das selbe Problem in Polarkoordinaten. Die verkürzte Wirkung W wird dann eine Funktion $W(r, \phi)$. Diskutieren Sie zunächst einen Fall, wo die Winkelabhängigkeit nicht auftritt. Was bedeutet dieser Fall physikalisch?
Tipp: Um den allgemeinen Fall zu lösen drücken Sie die Wirkung aus 1. in Polarkoordinaten aus und zeigen Sie, dass dieser Ansatz die Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung löst.

Aufgabe 28 (10 Punkte): Potentialschwelle

Gegeben seien in einer zweidimensionalen Ebene zwei verschiedene Potentialwerte V_L für $x \leq 0$ und V_R für $x > 0$ mit:

$$V_L = -V = \text{const} \quad (1)$$

$$V_R = +V \quad (2)$$

1. Lösen Sie die Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung $H(\mathbf{q}, \frac{\partial W}{\partial \mathbf{q}}) = E$ mit dem Ansatz einer Wirkungsfunktion.
2. Berechnen Sie das Verhältnis der Impulsvektoren $\frac{|\mathbf{p}_R|}{|\mathbf{p}_L|}$, welche durch den Potentialsprung entsteht. Verwenden sie dazu den Winkel α Zwischen Impulsvektor und x-Achse.
3. Skizzieren Sie die Wirkungsfunktion $W(\mathbf{q})$ räumlich in der Nähe der Potentialschwelle. Diskutieren Sie die Wirkungswellen in diesem Beispiel.

Aufgabe 29 (10 Punkte): Gravitationsfeld

1. Stellen Sie die Hamiltonfunktion in dreidimensionalen kartesischen Koordinaten eines Teilchens auf, welches sich unter Gravitationseinfluss bewegt. Das Gravitationsfeld wirkt dabei in z-Richtung und ist homogen. Was gilt für die Zeitentwicklung von H ?
2. Lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit der Methode der Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung. Verwenden Sie für die Lösung geeignete, einfache Anfangsbedingungen.

8. Übung TPI WS08/09

Aufgabe 30 (10 Punkte): *Eindimensionale, periodische Bewegung*

- Berechnen Sie die Periode einer eindimensionalen Bewegung für das Potential $V(q) = \frac{1}{2}kq^2 + \alpha q^4$ mit $\alpha > 0$ näherungsweise durch Taylorentwicklung zweiter Ordnung für kleine α .
- Beachten Sie dabei, dass die Periode solch einer Bewegung durch die Ableitung des Wirkungsintegrals $\oint p(q, E) dq$ nach der Energie gegeben ist.