

## 7. Übungsblatt – Statistische Physik II

**Abgabe: Do. 05.02.2009 vor der Übung**

### **Aufgabe 11 (25 Punkte): Van-der-Pol-Oszillator**

Der verrauschte Van-der-Pol-Oszillator ist durch folgende Gleichungen gegeben

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= v \\ \frac{dv}{dt} &= -\omega_0^2 x + (\epsilon - x^2)v + D\xi,\end{aligned}$$

wobei  $\xi$  Gauss'sches weißes Rauschen bezeichnet.

1. Führen Sie unter der Annahme einer *mean-field*-Näherung der Form

$$\tilde{\epsilon} = (\epsilon - \langle x^2 \rangle)$$

eine lineare Stabilitätsanalyse durch.

2. Bestimmen Sie die stationäre Varianzmatrix  $\sigma$  für den linearisierten Prozess

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xv} \\ \sigma_{vx} & \sigma_{vv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xv \rangle \\ \langle vx \rangle & \langle v^2 \rangle \end{pmatrix}$$

mittels der Formel aus dem Tutorium.

3. Berechnen Sie die Varianz  $\langle x^2 \rangle = \sigma_{xx}$  selbstkonsistent.
4. Bestimmen Sie die Korrelationsmatrix

$$\Psi(s) = \begin{pmatrix} \Psi(s)_{xx} & \Psi(s)_{xv} \\ \Psi(s)_{vx} & \Psi(s)_{vv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle x(t-s)x(t) \rangle & \langle x(t-s)v(t) \rangle \\ \langle v(t-s)x(t) \rangle & \langle v(t-s)v(t) \rangle \end{pmatrix}.$$

5. Berechnen Sie die Korrelationszeit  $t_{cor}$  für  $v$  mittels

$$t_{cor} = \frac{1}{\Psi_{vv}(0)} \int_0^\infty |\Psi_{vv}(s)| ds$$

unter Verwendung von Aufgabe (11.1) und stellen Sie das Ergebnis graphisch dar.