

4. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik WS08/09

Abgabe: Di. 18.11.2008 vor der Vorlesung im EW 203

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Abgabe in Dreiergruppen! Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 8 (10 Punkte): MASTERGLEICHUNG FÜR GENERATION UND REKOMBINATION

Die Mastergleichung für Generation und Rekombination ist

$$\dot{\rho}_n = -G(n)\rho_n + G(n-1)\rho_{n-1} - R(n)\rho_n + R(n+1)\rho_{n+1},$$

wobei $G(n)$ die Generationsrate und $R(n)$ die Rekombinationsrate ist.

- a) Erklären Sie die einzelnen Terme in der Gleichung (Skizze).
- b) Lösen Sie die Mastergleichung mit $G(n) = g$ und $R(n) = 0$ (Poisson-Prozeß) mit der Anfangsbedingung $\rho(t=0) = \delta_{n,0}$ (mit $n \geq 0$). Zu welcher Zeit ist die Wahrscheinlichkeit $\rho_n(t)$ für einen gegebenen Wert n maximal?
- c) Die Mastergleichung für ein Populationsmodell erhält man mit der Geburtenrate $G(n) = gn$ und der Sterberate $R(n) = rn$. Zeigen Sie, dass sich diese Mastergleichung mit der Green-Funktion $G_{n,m}(t)$ lösen läßt ($\rho_n(t) = \sum_m G_{n,m}(t) \rho_m(0)$). Wie sieht die Gleichung der Green-Funktionen aus? Wandeln Sie die inhomogene Differentialgleichung der Green-Funktion durch eine Laplace-Transformation in eine algebraische Gleichung um, die man iterativ lösen kann.

Aufgabe 9 (10 Punkte): KANONISCHES ENSEMBLE UND ZWEINIVEAU-SYSTEM

Betrachten Sie ein quantenmechanisches System im Volumen V , das im Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T steht. Der Hamiltonoperator \hat{H} habe zwei Eigenvektoren $|0\rangle$ und $|1\rangle$ mit den dazugehörigen Eigenwerten $E_n = \gamma V^{-2/3} n$ ($n \in \{0, 1\}$).

- (a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z = \text{Sp}(\exp(-\beta\hat{H}))$. Warum handelt es sich hier um ein kanonisches Ensemble?
- (b) Schreiben Sie den generalisierten statistischen Operator $\hat{\rho}$ für dieses Ensemble in der Form $\hat{\rho} = \sum_{n=0,1} w_n |n\rangle\langle n|$ auf. Bestimmen Sie das Verhältnis w_1/w_0 und interpretieren Sie es.
- (c) Berechnen Sie die innere Energie $E(T, V) = \langle \hat{H} \rangle$ als Funktion von V und T .
- (d) Ermitteln Sie die Entropie S . Was ergibt sich in den Grenzfällen $T \rightarrow \infty$ und $T \rightarrow 0$ für S ? Diskutieren Sie das Ergebnis.
- (e) Bestimmen Sie aus der Entropie den Druck p . Welche Relation gilt zwischen E und p ?

Bitte Rückseite beachten! →

- Vorlesung:**
- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203
 - Donnerstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 60% der Übungspunkte.
 - Bestandene Klausur.
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

- Sprechzeiten:**
- Prof. Andreas Knorr: Di: 13–14 Uhr im EW 742
 - Assistentensprechstunde:
 - Mi, 14–15 Uhr im EW 721/22
 - Do, 13–14 Uhr
 - Kathy Lüdge: luedge(at)itp.physik.tu-berlin.de
 - Ermin Malic: ermin(at)itp.physik.tu-berlin.de
 - Frank Milde: frank(at)itp.physik.tu-berlin.de

- Tutorien:**
- Di 12:15-13:45 EW 229
 - Mi 10:15-11:45 EW 184 Abgabe der Übungszettel in 3-er Gruppen!!

- Literatur**
- Torsten Fließbach: Statistische Physik
 - Frederick Reif: Statistische Mechanik und Theorie der Wärme
 - Eugen Fick/Günter Sauermaun: Quantenstatistik Dynamischer Prozesse
 - Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik, Band 4 und 6
 - Wolfgang Muschik: Repetitorium Theoretische Physik

Klausur: Dienstag den 03.02.2009 von 10:00 – 12:00 Uhr im EW 203