Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. Holger Stark,
Andreas Zöttl,
Christoph Speier,
Christopher Wollin

18. Januar 2010

11. Übungsblatt – Statistische Physik des Nichtgleichgewichts

Abgabe: Do. 21.01.2010 im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und die Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 29 (6 Punkte): *Kugelwettlauf*

Andreas, Christoph und Christopher wollen ein Kugelwettrennen in einem Tank gefüllt mit Glycerin abhalten. Gewonnen hat, wer am schnellsten eine Kugel auf den Grund des Tanks setzt. Während Andreas auf eine einzelne Kugel setzt, will Christoph zwei Kugeln neben- und Christopher zwei übereinander im Glycerin absinken lassen (Mittelpunktsabstand der Kugeln jeweils der dreifache Kugelradius). Im Vorfeld des Rennens behauptet Professor Stark er kenne den Sieger.

1. Wer ist es und um welche Faktoren ist seine Kugelkonstellation schneller als die der anderen?

Als alle Kugelkonstellationen die selbe Zeit benötigen, um auf Grund zu gehen, bezichtigt Stark die zuvor deklarierten Verlierer der Mogelei.

2. Was haben die beiden gemacht? Begründen Sie Ihre Aussage!

Hinweis: Nutzen sie die Rotne-Prager-Näherung für die hydrodynamische Wechselwirkung translatierender Kugeln in hochviskosen Flüssigkeiten, um Professor Starks Überlegung nachzuvollziehen! Tatsächlich findet die Polizei in den Hosentaschen der Angeklagten feines Sandpapier.

Aufgabe 30 (5 Punkte): *Expandierende Kugel*
Es soll das Strömungsfeld $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ einer Kugel mit variierendem Radius $R(t)$ bestimmt werden. Nehmen Sie dabei an, dass sich das Volumen gleichmäßig mit der Geschwindigkeit W vergrößert ($W > 0$) bzw. verkleinert ($W < 0$).

1. Zeigen Sie, dass $R(t) = \left(R^3(0) + \frac{3}{4\pi}tW\right)^{1/3}$.
2. Zeigen Sie, dass das Geschwindigkeitsfeld $v_R(t)$ am Rand der Kugel gegeben ist durch

$$v_R(t) = \frac{W}{4\pi R^2(t)}. \tag{1}$$

3. Berechnen Sie das Strömungsfeld und zeigen Sie, dass es zeitunabhängig ist, solange das Volumen linear vergrößert bzw. verkleinert wird. Skizzieren Sie das Feld für $W > 0$ und $W < 0$.

Aufgabe 31 (9 Punkte): *Pushmepullyou*
Pushmepullyou ist ein kräftefreier Schwimmer, welcher aus zwei verbundenen Kugeln mit Radien $a_1(t)$, $a_2(t)$ besteht. Eine Möglichkeit, eine nichtreziproke Schwimmbewegung zu bekommen, ist die im folgenden erläuterte Bewegung, wobei die Schwimmperiode T in vier Schritte $T = T^{(1)} + T^{(2)} + T^{(3)} + T^{(4)}$ aufgeteilt wird:

Schritt (1): Bei konstantem Mittelpunktsabstand $r_{12} = D_1$ wird Volumen mit der konstanten Geschwindigkeit $W_1 = \dot{V}_1(t) = -\dot{V}_2(t) > 0$ für die Dauer $T^{(1)}$ von Kugel 2 auf Kugel 1 übertragen, wobei

$$V = V_1(t) + V_2(t) = \frac{4\pi}{3}a_1^3(t) + \frac{4\pi}{3}a_2^3(t) = \text{const}, \tag{2}$$

Prof. Dr. Holger Stark,
Andreas Zöttl,
Christoph Speier,
Christopher Wollin

mit

$$(3)\quad V_1(T^{(1)}) = V_2(0),\ V_2(T^{(1)}) = V_1(0) \ \Leftrightarrow\ a_1(0) = a_2(T^{(1)}) \equiv a_\alpha, a_2(0) = a_1(T^{(1)}) \equiv a_\beta,$$

In erster Näherung bewegen sich die Kugeln kräftefrei jeweils im Strömungsfeld der anderen Kugel. Verwenden Sie das Ergebnis aus Aufgabe 30 um die Geschwindigkeit $U^{(1)}$ des Schwimmermittelpunktes zu bestimmen. Wie lange ($T^{(1)}$) dauert das 'Pumpen'? Bestimmen Sie die Verschiebung des Schwimmermittelpunkts $\Delta x^{(1)}$.
Schritt (2): Nun wird der Abstand zwischen den Kugeln linear mit der konstanten Geschwindigkeit $W_2 > 0$ von D_1 auf D_2 erhöht. Welche Schwimmgeschwindigkeit $U^{(2)}$ und welche Verschiebung $\Delta x^{(2)}$ ergibt sich? Wie lange ($T^{(2)}$) dauert das 'Strecken'?
Verwenden Sie das Ergebnis aus Aufgabe 27.2.
Schritt (3): Wie Schritt (1), aber $r_{12} = D_2$, $W_1 < 0$ und

$$(4)\qquad a_1(0) = a_2(T^{(3)}) \equiv a_\beta, a_2(0) = a_1(T^{(3)}) \equiv a_\alpha.$$

Berechnen Sie $U^{(3)}$, $T^{(3)}$ und $\Delta x^{(3)}$. Nun wird also Volumen von Kugel 1 zu Kugel 2 gepumpt.
Schritt (4): Wie Schritt (2), aber Verkürzung von D_2 auf D_1 mit $W_2 < 0$. Berechnen Sie $U^{(4)}$, $T^{(4)}$ und $\Delta x^{(4)}$.

Nehmen Sie nun an, dass $a_\beta = 4a_\alpha$, $D_1 = 16a_\alpha$, $D_2 = 80a_\alpha$ und berechnen Sie die totale Verschiebung $\Delta x = \Delta x^{(1)} + \Delta x^{(2)} + \Delta x^{(3)} + \Delta x^{(4)}$ während einer Periode T.

Vorlesung:	• Dienstags 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.			
	• Donnerstags 14:00 Uhr – 16:00 Uhr im EW 202.			
Tutorien:	• Do. 12–14 Uhr im EW 731			
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte.			
	• Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien inkl. einmal Vorrechnen.			
Sprechzeiten:	**Name**	**Tag**	**Zeit**	**Raum**
	Prof. Dr. H. Stark	Fr.	11:30–12:30 Uhr	EW 709
	Andreas Zöttl	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 702