

12. Übungsblatt – Statistische Physik des Nichtgleichgewichts

Abgabe: Do. 28.01.2010 im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und die Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 32 (5 Punkte): Quizshow

In einer Quizshow wird ein bekanntes Spiel gespielt: Ein Kandidat steht vor drei verschlossenen Türen, wobei hinter einer Tür ein Gewinn verborgen ist, und hinter den anderen beiden kein Gewinn. Die Gewinnchance soll für alle Türen gleich sein, das heißt, der Gewinn wird zufällig plaziert, wobei der Quizmaster weiß, hinter welcher er sich verbirgt.

Nun entscheidet sich der Kandidat für eine Tür, diese wird allerdings vorerst nicht geöffnet. Nun öffnet der Quizmaster eine der beiden anderen Türen, wo kein Gewinn dahinter steht. Das heißt, der Gewinn muss entweder hinter der vom Kandidaten gewählten Tür sein, oder in der anderen nicht geöffneten Tür.

Nun bietet der Quizmaster dem Kandidaten an, von der einen Tür zur anderen zu wechseln. Soll er dies tun, oder bei seiner ersten Entscheidung bleiben, um seine Gewinnchance zu erhöhen, oder ist es egal, für welche er sich entscheidet? Begründen Sie Ihr Ergebnis!

Aufgabe 33 (10 Punkte): Monte-Carlo-Simulation und Buffons Nadel

1. Bestimmen Sie mit Hilfe von Mathematica den Wert des Integrals einer beliebigen positiven Funktion im Intervall $[0, 1]$. Verwenden Sie dazu die Monte-Carlo-Methode, indem Sie ein Rechteck auswählen, welches das Maximum der Funktion einschließt. Wählen sie N zufällige Punkte in dem Rechteck und bestimmen Sie, wieviele dieser Punkte ober- oder unterhalb der Kurve liegen. Berechnen Sie mit Hilfe der Fläche des Rechtecks und den bestimmten Summen den Wert des Integrals. Untersuchen Sie die Genauigkeit dieser Methode für verschiedene Größenordnungen von N , dokumentieren Sie Ihre Arbeit und geben Sie den Quellcode mit ab.

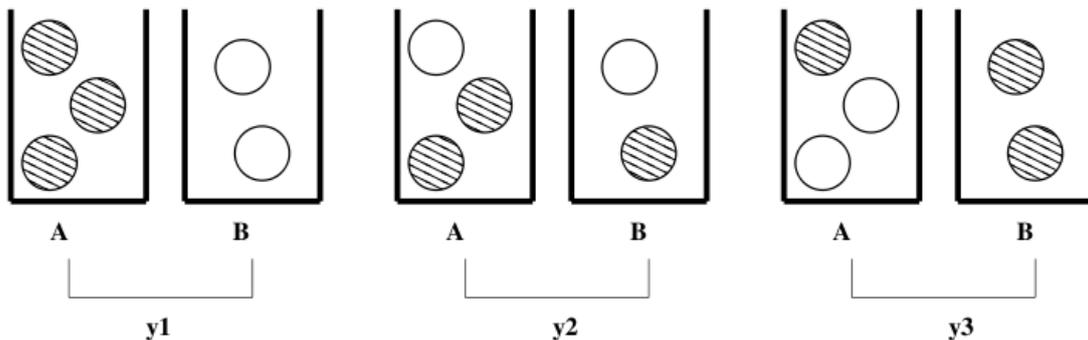
Hinweis Verwenden sie hierzu die Mathematica-Funktionen

```
Table[expression, {i,min,max}],  
If[condition, true, false],  
RandomReal[],  
For[i=1; i<N, i++, expression]
```

2. Auf einem Tisch sind unendlich viele parallele Linien im Abstand 1 aufgezeichnet. Lässt man eine Nadel der Länge 1 auf den Tisch fallen, so kreuzt diese je nach Ausrichtung und Position eine oder keine der Linien.
Bezeichnen Sie den Abstand des Mittelpunkts der Nadel zur nächsten Linie mit d und die Ausrichtung mit der Winkelvariable θ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Nadel eine der Linien kreuzt, analytisch und numerisch mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation. Bestimmen Sie mit Hilfe der numerischen Werte die Zahl π . Nehmen Sie an, dass die Nadel durch den Fall zufällig ausgerichtet und positioniert wird ($0 < d < 1/2$, $0 < \theta < \pi/2$).

Aufgabe 34 (5 Punkte): Markov Prozess

Betrachten Sie zwei Töpfe A und B, in denen drei rote und zwei weiße Bälle derart verteilt sind, dass A stets drei und B stets zwei Bälle enthält. Es gibt, wie unten dargestellt, drei verschiedene Konfigurationen y_i mit $i = 1, 2, 3$, die auseinander hervorgehen, wenn man zufällig jeweils einen Ball aus den Töpfen A und B zieht und miteinander verwechselt. Bestimmen Sie die 3×3 – Matrix



Q der Übergangswahrscheinlichkeiten, mit den Einträgen

$$(1) \quad Q_{i,j} = P(y_i, s | y_j, s+1)$$

welche die bedingten Wahrscheinlichkeiten angeben, dass das System bei einem Kugeltausch von Konfiguration y_i zur Zeit s zu y_j zur Zeit $s + 1$ wechselt.

Bestimmen Sie $Q^\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} Q^N$, wenden Sie Q^∞ auf verschiedene Anfangszustände (bezüglich der Basis y_i) an und interpretieren Sie das Ergebnis.

| Vorlesung: | <ul style="list-style-type: none"> • Dienstags 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203. • Donnerstags 14:00 Uhr – 16:00 Uhr im EW 202. | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|--|-----------------|--------|------|------|--------------------|-----|-----------------|--------|---------------|-----|-----------------|--------|
| Tutorien: | <ul style="list-style-type: none"> • Do. 12–14 Uhr im EW 731 | | | | | | | | | | | | |
| Scheinkriterien: | <ul style="list-style-type: none"> • Mindestens 50% der Übungspunkte. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien inkl. einmal Vorrechnen. | | | | | | | | | | | | |
| Sprechzeiten: | <table border="1"> <thead> <tr> <th>Name</th> <th>Tag</th> <th>Zeit</th> <th>Raum</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof. Dr. H. Stark</td> <td>Fr.</td> <td>11:30–12:30 Uhr</td> <td>EW 709</td> </tr> <tr> <td>Andreas Zöttl</td> <td>Mi.</td> <td>11:00–12:00 Uhr</td> <td>EW 702</td> </tr> </tbody> </table> | Name | Tag | Zeit | Raum | Prof. Dr. H. Stark | Fr. | 11:30–12:30 Uhr | EW 709 | Andreas Zöttl | Mi. | 11:00–12:00 Uhr | EW 702 |
| Name | Tag | Zeit | Raum | | | | | | | | | | |
| Prof. Dr. H. Stark | Fr. | 11:30–12:30 Uhr | EW 709 | | | | | | | | | | |
| Andreas Zöttl | Mi. | 11:00–12:00 Uhr | EW 702 | | | | | | | | | | |