

2. Übungsblatt – Statistische Physik des Nichtgleichgewichts

Abgabe: Do. 29.10.2009 im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und die Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 4 (6 Punkte): Rotationen

- Finden Sie die Rotationsmatrizen in \mathbb{R}^3 für folgende Rotationsachsen \vec{a} und Drehwinkel θ . Erläutern Sie die Ergebnisse graphisch.

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \{0, 0, 1\}, & \theta &= \frac{\pi}{2} \\ \vec{a} &= \{1, 1, 0\}, & \theta &= \pi \\ \vec{a} &= \{1, 1, 1\}, & \theta &= \frac{2\pi}{3}.\end{aligned}$$

- Welcher Tensor zweiter Stufe ist invariant unter beliebigen Drehungen im \mathbb{R}^3 ? Beweisen Sie Ihre Behauptung.
- Zeigen Sie explizit anhand eines beliebigen Tensors zweiter Stufe in \mathbb{R}^3 , dass die Spur invariant unter einer Drehung um den Winkel α um die z-Achse ist.

Aufgabe 5 (8 Punkte): Konvektionsformel

- Geben Sie ein eindimensionales Geschwindigkeitsfeld an, dessen materielle Beschleunigung null ist und dessen konvektive Ableitung nicht verschwindet. Interpretieren Sie nun allgemein die konvektive Beschleunigung $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$: In welche Richtung weist die konvektive Beschleunigung bei konstantem Betrag eines Geschwindigkeitsfeldes? Was geschieht, wenn das Geschwindigkeitsfeld zusätzlich auch noch wirbelfrei ist?
- Skizzieren Sie die angegebenen Geschwindigkeitsfelder und bestimmen Sie die *Bahnlinie* $\mathbf{x}(\xi, t)$, sowie Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\xi, t)$ und Beschleunigung $\mathbf{a}(\xi, t)$ des materiellen Punktes ξ .
 - $v_1 = kx_1, v_2 = v_3 = 0; k \geq 0.$
 - $v_i = kx_i/(1 + t/t_0); i = 1, 2, 3; k, t, t_0 \geq 0.$
- Stromlinien* sind definiert als die Feldlinien des momentanen Geschwindigkeitsfeldes. Welche Beziehung besteht zwischen den Stromlinien und den Bahnlinien für die Geschwindigkeitsfelder 1) und 2) des Aufgabenteils 3)?

Aufgabe 6 (6 Punkte): Method of characteristics

With the help of the method of characteristics solve the following partial differential equations ($f(x, t) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^1; x, t \in \mathbb{R}^1$):

- $\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} = 0; \quad a = \text{const};$
- $\frac{\partial f}{\partial t} + x \frac{\partial f}{\partial x} = 0;$

3. Bonus task (+4 points) (Burgers' equation): $\frac{\partial f}{\partial t} + f \frac{\partial f}{\partial x} = 0$.

Discuss the behavior of characteristics and corresponding solutions.

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none">• Dienstags 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.• Donnerstags 14:00 Uhr – 16:00 Uhr im EW 202.												
Tutorien:	<ul style="list-style-type: none">• Do. 12–14 Uhr im EW 731												
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none">• Mindestens 50% der Übungspunkte.• Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien inkl. einmal Vorrechnen.												
Sprechzeiten:	<table><thead><tr><th>Name</th><th>Tag</th><th>Zeit</th><th>Raum</th></tr></thead><tbody><tr><td>Prof. Dr. H. Stark</td><td>Fr.</td><td>11:30–12:30 Uhr</td><td>EW 709</td></tr><tr><td>Dr. V. Zaburdaev</td><td>Mi.</td><td>11:00–12:00 Uhr</td><td>EW 708</td></tr></tbody></table>	Name	Tag	Zeit	Raum	Prof. Dr. H. Stark	Fr.	11:30–12:30 Uhr	EW 709	Dr. V. Zaburdaev	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 708
Name	Tag	Zeit	Raum										
Prof. Dr. H. Stark	Fr.	11:30–12:30 Uhr	EW 709										
Dr. V. Zaburdaev	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 708										