

4. Übungsblatt – Statistische Physik des Nichtgleichgewichts**Abgabe: Do. 12.11.2009 im Tutorium**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und die Matrikelnummer auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Zweiergruppen erfolgen.

Aufgabe 10 (7 Punkte): Spannungstensor Newtonsche FlüssigkeitDer Spannungstensor \mathbf{T} einer Newtonschen Flüssigkeit ist gegeben durch

$$(1) \quad \mathbf{T} = \mathbf{T}^0 + \mathbf{T}',$$

wobei der statische Anteil durch den Druck p gegeben ist

$$(2) \quad \mathbf{T}^0 = -p\mathbf{1},$$

und der dissipative Anteil durch die Viskositäten η und η' und der Deformationsrate \mathbf{A} :

$$(3) \quad \mathbf{T}' = 2\eta\mathbf{A} + \eta'\mathbf{1}\text{Sp}\mathbf{A}.$$

1. Zerlegen Sie \mathbf{T}' in einen spurlosen Anteil und einen Anteil mit nichtverschwindender Spur.
2. Zeigen Sie:

$$(4) \quad \eta \geq 0, \quad \eta' + \frac{2}{3}\eta \geq 0.$$

3. Berechnen Sie $\text{div}\mathbf{T}$.

Aufgabe 11 (7 Punkte): Thermodynamik isotroper FlüssigkeitenFür kanonische Ensembles wird die *freie Energie* F (als Funktion der Temperatur T , Teilchenanzahl N und Volumen V) als thermodynamisches Potential verwendet.

1. Mit der *spezifischen freien Energie* f , definiert als freie Energie pro Masseneinheit,

$$(5) \quad F = \int \rho f d^3x,$$

ergibt sich der Druck p zu

$$(6) \quad p = \rho^2 \frac{\partial f}{\partial \rho}.$$

Beweisen Sie Gl. 6. Wie bekommt man die *spezifische Entropie* s ?

2. Zeigen Sie, dass für die *spezifische innere Energie* u in Abhängigkeit von T und ρ gilt:

$$(7) \quad \left(\frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_T = \frac{p}{\rho^2} + T \left(\frac{\partial s}{\partial \rho} \right)_T.$$

Beachten Sie, dass die innere Energie U normalerweise als Funktion von S , V und N gegeben ist.

3. Zeigen Sie, dass folgende Maxwell-Relation gilt:

$$(8) \quad \left(\frac{\partial s}{\partial \rho} \right)_T = -\frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho.$$

Aufgabe 12 (6 Punkte): *Poinsot construction*

In this problem, we would like to apply the Poinsot construction, originally proposed for the rotating rigid body, to study the properties of the stress tensor $\hat{\mathbf{T}}$. Consider a stress surface defined by the following equation:

$$(9) \quad \mathbf{x} \cdot \hat{\mathbf{T}}\mathbf{x} = \text{const.}$$

1. Explain what are the principal stresses and principal directions of the stress tensor. Which surface does Eq. (9) describe in the coordinate system given by the principal directions of the stress tensor? Write down the corresponding equation for the surface.
2. Show how the orientation of the stress vector \mathbf{t} is related to the stress surface. Provide a schematic picture and discuss the connection to the original problem of the rigid body rotation.

Vorlesung:	<ul style="list-style-type: none"> • Dienstags 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203. • Donnerstags 14:00 Uhr – 16:00 Uhr im EW 202. 																
Tutorien:	<ul style="list-style-type: none"> • Do. 12–14 Uhr im EW 731 																
Scheinkriterien:	<ul style="list-style-type: none"> • Mindestens 50% der Übungspunkte. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien inkl. einmal Vorrechnen. 																
Sprechzeiten:	<table border="0" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Name</th> <th style="text-align: left;">Tag</th> <th style="text-align: left;">Zeit</th> <th style="text-align: left;">Raum</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Prof. Dr. H. Stark</td> <td>Fr.</td> <td>11:30–12:30 Uhr</td> <td>EW 709</td> </tr> <tr> <td>Dr. V. Zaburdaev</td> <td>Mi.</td> <td>11:00–12:00 Uhr</td> <td>EW 708</td> </tr> <tr> <td>Andreas Zöttl</td> <td>Mi.</td> <td>11:00–12:00 Uhr</td> <td>EW 702</td> </tr> </tbody> </table>	Name	Tag	Zeit	Raum	Prof. Dr. H. Stark	Fr.	11:30–12:30 Uhr	EW 709	Dr. V. Zaburdaev	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 708	Andreas Zöttl	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 702
Name	Tag	Zeit	Raum														
Prof. Dr. H. Stark	Fr.	11:30–12:30 Uhr	EW 709														
Dr. V. Zaburdaev	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 708														
Andreas Zöttl	Mi.	11:00–12:00 Uhr	EW 702														