

Vorlesung:

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD und Dr. Kathy Lüdge

Übungen:

Dr. Clive Emary, Dipl. Phys. Stefan Fruhner, Dipl. Phys. Miriam Wegert, Dipl. Phys. Philipp Zedler

**1. Übungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II****Abgabe: Mo. 26.10.2009 bis 18:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude und mit ISIS**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

**Aufgabe 1 (8 Punkte): Unschärferelation**

Schätzen Sie die Größenordnung der Dauer, über die ein Eiswürfel auf seiner Spitze balanciert werden kann, wenn die einzige Einschränkung durch die Heisenbergsche Unschärferelation gegeben ist. Nehmen Sie an, dass die Spitze scharf ist und auf einer harten Oberfläche ruht. Sie dürfen Näherungen machen, die die Größenordnung des Ergebnisses nicht ändern. Nehmen Sie vernünftige Werte für Abmessungen und Gewicht des Eiswürfels an. Geben Sie ein genähertes numerisches Resultat in Sekunden an.

Lösungsvorschlag:

Betrachten sie den Eiswürfel als Massenpunkt im Abstand  $l$  zur Spitze und stellen Sie die klassische Bewegungsgleichung auf (mathematisches Pendel auf dem Kopf). Nähern Sie diese für kleine Winkel  $\varphi$  und Auslenkung  $x$ , so dass  $\sin(\varphi) \approx \varphi$  und  $\varphi \approx x/l$ . Wegen der Unschärferelation ist die Anfangsgeschwindigkeit nicht Null, sondern  $\frac{\hbar}{m\Delta x}$ . Sagen wir, der Eiswürfel sei umgefallen, wenn  $x > l/4$ . Wählen Sie  $\Delta x$  maximal. Wer mag, kann sich mit einem eiswürfelähnlichen Gegenstand überzeugen, dass die durch die Quantenmechanik gesetzte Zeitmarke nicht zu knacken ist, und dies im Tutorium demonstrieren.

Diese Aufgabe kann im Forum diskutiert werden unter <https://www.isis.tu-berlin.de/course/view.php?id=2301>.

**Aufgabe 2 (8 Punkte): Zwei-Niveau System**

Ein Zwei-Niveau System ist gegeben durch den Hamiltonoperator

$$H = a(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|) + b(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|),$$

wobei  $a$  und  $b$  positive Zahlen mit der Dimension einer Energie sind.

- Finden Sie die Energieeigenwerte und die entsprechenden Eigenkets (als Linearkombination von  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$ ).
- Nehmen Sie an, wir hätten uns vertippt und geschrieben

$$H = a(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|) + b|1\rangle\langle 2|.$$

Welches grundlegende Prinzip wäre dann verletzt? Illustrieren Sie das Problem, indem Sie den anfänglichen Zustand  $|\psi(0)\rangle = |2\rangle$  mit dem ungültigen Hamiltonoperator zeitentwickeln. Welche Bedingung an eine Wellenfunktion ist dann nicht mehr erfüllt? Der Einfachheit halber dürfen Sie hier  $a = 0$  annehmen.

**Aufgabe 3 (4 Punkte): Zeitentwicklungsoperator für Bloch-Elektronen**

Elektronen im Kristall können näherungsweise beschrieben werden durch den Hamiltonoperator

$$H = \sum_k \epsilon_k |k\rangle\langle k|,$$

wobei  $\hbar k$  die Quasi-Impulse der Elektronen sind und  $\epsilon_k$  die zugehörigen Energien. Berechnen sie die Matrixelemente  $\langle k|U(t)|k'\rangle$  des Zeitentwicklungsoperators  $U = e^{-iHt/\hbar}$ . Nehmen Sie an, dass die Impulszustände ein Orthonormalsystem bilden, dass also  $\langle k|k'\rangle = \delta_{k,k'}$ .

Vorlesung:

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD und Dr. Kathy Lüdge

Übungen:

Dr. Clive Emary, Dipl. Phys. Stefan Fruhner, Dipl. Phys. Miriam Wegert, Dipl. Phys. Philipp Zedler

- Vorlesung:**
- Dienstags 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.
  - Donnerstags 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.

**Anmeldung:** Die Tutorieneinteilung, Punkteverteilung und Scheinvergabe zu der Vorlesung "Theoretische Physik V: Quantenmechanik II" erfolgt über das Moseskontosystem: <https://moseskonto.tu-berlin.de/moseskonto> vom 01.10.-14.10.2009 (Mitternacht).

Eine spätere Anmeldung ist nicht möglich. Benötigt wird ein tubit Nutzerkonto. Alternativ kann ein temporärer Account im Mathematikservicezentrum MA 708 erstellt werden.

- Klausur:**
- Donnerstag, den 04.02.2010, von 08:00 – 10:00 Uhr

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte.
  - Bestandene Klausur.
  - Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

#### Literatur zur Lehrveranstaltung:

Siehe auch Semesterapparat in der Physikbibliothek.

- Udo Scherz, Quantenmechanik, Eine kompakte Einführung, Teubner, U Wiesbaden 2005
- Eugen Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, 6. Auflage, Aula-Verlag, Wiesbaden 1988
- Franz Schwabl, Quantenmechanik 1 & 2, 7. Auflage, Springer-Lehrbuch, Berlin 2007 (auch als ONLINE-Resource)
- Wolfgang Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/1,2: Quantenmechanik, 5. Auflage, Springer-Lehrbuch, Berlin 2002 (auch als ONLINE-Resource)
- Albert Messiah, Quantenmechanik; Bd. 1 u. 2. Berlin : de Gruyter, 1990
- Heinrich Mitter, Quantentheorie, 2., überarb. Aufl., unveränd. Nachdr. , BI-Wiss.-Verl., 1987