Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. A. Knorr
Dr. Carsten Weber
Dipl.-Phys. Alexander Carmele
Dipl.-Phys. Frank Milde

8. Januar 2010

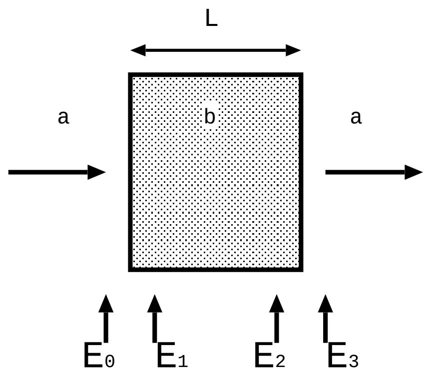
http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws09_10/pvbs/edynamik/

11. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: bis Mittwoch 20.01.2009 12:15 Uhr in der Vorlesung.
Bitte wählen Sie zwei von den drei Aufgaben aus. Maximal können Sie also 20 Bonuspunkte erreichen.

Bonusaufgabe 24 (10 Zusatzpunkte): *Fabry Perot Resonator*

Vorgegeben sei eine dünne dielektrische Schicht (siehe Skizze). Betrachten Sie die Beziehungen zwischen den senkrecht einfallenden elektrische Feldern an den vier in der Skizze eingezeichneten Stellen und unterscheiden Sie dabei zwischen links- und rechtslaufenden Wellen E_n^+, E_n^-:



Es werden Amplitudenverhältnisse t_{ab},r_{ab} (von außen kommend) und t_{ba}, r_{ba} (von innen kommend) eingeführt. Für die Propagation im Inneren der Schicht wird ein Faktor $P = e^{ik_bL} = e^{i\phi}e^{-\Gamma}$ (mit $\phi = L\,\mathrm{Re}\,k_b = L\omega\tilde{n}/c, \Gamma = \omega\kappa/cL$) eingeführt. So gilt z.B. $E_1^+ = t^{ab}E_0^+ + r^{ba}E_1^-$ oder $E_1^- = E_2^- P$. Die Faktoren t und r können über die Fresnelschen Formeln bestimmt werden. Weiterhin sei $E_0^+ = E_{in}$ und $E_3^- = 0$ vorgegeben.

(a) Stellen Sie die Beziehungen für alle E_n^+ und E_n^- auf. Bestimmen Sie danach das Verhältnis:

$$t_g = \frac{E_3^+}{E_0^+}$$

was eine Art Gesamttransmitivität des Resonators beschreibt.

(b) Bringen Sie dann die Gesamttransmittivität in die Form:

$$T_g(\omega) = |t_g|^2 = \frac{A}{1 + F\sin^2\phi(\omega)}$$

$$\text{mit } F = \frac{4Q}{(1-Q)^2}, \qquad \text{[oft "Finesse" genannt]}$$

$$A = \frac{e^{-2\Gamma}\left|t^{ab}t^{ba}\right|^2}{(1-Q)^2} = \frac{e^{-2\Gamma}\left|1-(r^{ba})^2\right|^2}{(1-Q)^2}$$

$$Q = \left(r^{ba}e^{-\Gamma}\right)^2$$

(c) Stellen Sie den spektralen Verlauf der Gesamttransmittivität in einem (von Luft umgebenem) nicht absorbierenden Halbleiterblock (GaN: $\varepsilon = 6.25$,häufig für LEDs und Laser verwendet) der Breite $L = 500nm$ im Bereich $\omega = (0...5) \times 10^{15} Hz$ dar.

Bonusaufgabe 25 (10 Zusatzpunkte): *Induktionsgesetz: Generator vs. Dynamo*

In einem Generator (G) wird Spannung erzeugt, indem in einem unveränderlichen Magnetfeld eine Spule rotiert wird. In einem Dynamo (D) rotiert ein Dauermagnet um eine ortsfeste Spule und erzeugt dadurch ebenfalls eine Spannung. Beide Effekte können durch das Induktionsgesetz der Elektrodynamik beschrieben werden, und zwar am sinnfälligsten in seiner integralen Form.
Vorgegeben seien in den beiden unterschiedlichen Fällen jeweils ein Magnetfeld und eine parametrisierte Leiterschleife. Die Leiterschleife bewegt sich im Falle des Generators und jeder materielle Punkt der Schleife zu festem Parameterwert definiert eine Geschwindikeit $\underline{v}$. Die induzierte Umlaufspannung in der Schleife ist die pro Ladung zu verrichtende Arbeit beim Transport durch die Schleife:

$$U_{ind} = \oint (\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \cdot d\underline{l},$$

wobei der zweite Summand durch die Lorentz-Kraft auf die Ladungsträger in der bewegten Leiterschleife entsteht und im nichtbeweglichen Fall verschwindet. **Die Induktionsspannung ist in beiden folgenden Fällen zu berechnen.**

G: Die rotierende Schleife ist durch die zeitveränderliche Kurve

$$\underline{c}(\phi, t) = R(\cos\phi\,, \sin\phi\cos\omega t\,, \sin\phi\sin\omega t\,)$$

gegeben. Das Magnetfeld sei homogen in z-Richtung $\underline{B} = B_0\underline{e}_z$, d.h. B_0 ist eine Konstante.

D: Die Schleife ist durch die zeitlich unveränderte Kurve

$$\underline{c}(\phi) = R(\cos\phi\,, \sin\phi\,, 0)$$

gegeben. Das Magnetfeld sei zu jedem Zeitpunkt homogen aber zeitveränderlich: $\underline{B}(\underline{r}, t) = B_0(\sin\omega t\,\underline{e}_y + \cos\omega t\,\underline{e}_z)$ mit B_0 wieder einer Konstanten.

Bonusaufgabe 26 (10 Zusatzpunkte): *Kraft auf Dielektrikum*

In einen Plattenkondensator, bestehend aus zwei parallelen, quadratischen Leiterplatten mit Kantenlänge a und Plattenabstand d, ist ein genau passendes Dielektrikum bis zu einer Tiefe $h < a$ eingeschoben. Die Kondensatorplatten seien mit der Ladung $Q > 0$ bzw. $-Q < 0$ geladen.

1. Berechnen Sie unter Vernachlässigung von Randeffekten das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{x})$, die dielektrische Verschiebung $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ und das Potential $\phi(\mathbf{x})$ im gesamten Spalt des Kondensators. Gehen Sie von einem homogen-isotropen Medium mit Dielektrizitätskonstante ε aus.

2. Berechnen Sie die Kapazität C der Anordnung, die elektrostatische Feldenergie W_{el} und daraus die Kraft $\mathbf{K}(\mathbf{x})$, welche auf das Dielektrikum wirkt.