

6. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: bis Mittwoch 2.12.2009 12:15 Uhr in der Vorlesung.

Aufgabe 15 (8 Punkte): *Multipolentwicklung I*

Betrachten Sie die Multipolmomente in geeigneten Koordinaten und zeigen Sie dann folgende Aussage:

“Für eine symmetrische (antisymmetrische) Ladungsverteilung verschwinden die ungeraden (geraden) Multipolmomente bezüglich des Symmetriepunktes.“

Aufgabe 16 (6 Punkte): *Multipolentwicklung II*

Betrachten Sie nun das Ellipsoid

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 \leq 1$$

mit homogenverteilter Gesamtladung Q und Halbachsen a , a und b .

1. Berechnen Sie seine Momente bis zum Quadrupolmoment und geben Sie das Potential in Quadrupolnäherung an. Betrachten Sie in dieser Näherung den Fall, dass $\left(\frac{b}{a}\right) = 1 + \epsilon$, $|\epsilon| \ll 1$ ist und diskutieren Sie das Ergebnis!
2. Berechnen Sie aus dem Potential das E-Feld des Ellipsoiden und fertigen Sie einen Konturplot von Φ über der x - z -Ebene als auch einen Vektorplot von \mathbf{E} für den Fall (i) $a = b = 1$ und (ii) $a = 1$, $b = 3.5$ an.

Aufgabe 17 (6 Punkte): *Makroskopische Mittelung der Quellen*

Betrachten Sie eine mikroskopische Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$. Wiederholen Sie analog zur Vorlesung eine Mittelung auf einer mesoskopischen Skala. Unterscheiden Sie dabei zwischen gebundenen und freien Ladungsträgern. Sie sollten folgenden Ausdruck erhalten:

$$\langle \rho(\mathbf{r}) \rangle = \rho_m(\mathbf{r}) - \nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r}) + \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{Q}(\mathbf{r})).$$

Geben Sie die Ausdrücke für die makroskopische Ladungsverteilung $\rho_m(\mathbf{r})$ der freien Ladungsträger, die Dipoldichte $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ und insbesondere die Quadrupoldichte $\mathbf{Q}(\mathbf{r})$, die in der Vorlesung nicht abgeleitet wurde, explizit an.