Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. A. Knorr
Dr. Carsten Weber
Dipl.-Phys. Alexander Carmele
Dipl.-Phys. Frank Milde

27. November 2009

http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws09_10/pvbs/edynamik/

7. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: bis Mittwoch 9.12.2009 12:15 Uhr in der Vorlesung.

Aufgabe 18 (7 Punkte): *Bewegungsgleichung einer (klassischen) Elektronenflüssigkeit*
Betrachten Sie freie mikroskopische Teilchen $\{i\}$ mit der Ladung q und der Masse m am Ort $\mathbf{r}_i(t)$ in einem elektromagnetischen Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ und $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$. Vollziehen Sie die Ableitung der makroskopischen Bewegungsgleichung

$$\dot{\mathbf{u}}_m + \mathbf{u}_m \cdot \nabla \mathbf{u}_m = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{u}_m \times \mathbf{B})$$

aus der VL nach, wobei $\mathbf{u}_m(\mathbf{r},t)$ das (makroskopische) mittlere Geschwindigkeitsfeld ist. $\mathbf{u}_m(\mathbf{r},t)$ ist definiert über die Gleichung $\mathbf{j}_m(\mathbf{r},t) = \rho_m(\mathbf{r},t)\mathbf{u}_m(\mathbf{r},t)$ mit der makroskopischen Ladungsdichte $\rho_m(\mathbf{r},t)$ und der makroskopischen Stromdichte $\mathbf{j}_m(\mathbf{r},t)$.

1. Geben Sie die Bewegungsgleichung für ein geladenes Teilchen am Ort $\mathbf{r}_i$ an.

2. Definieren Sie die makroskopische Dichte $\rho_m(\mathbf{r},t)$ und den makroskopischen Strom $\mathbf{j}_m(\mathbf{r},t)$ für freie punktförmige Ladungen.

3. Leiten Sie aus der Kontinuitätsgleichung für einen mikroskopischen Strom freier Ladungen durch Mittelung die Gleichung

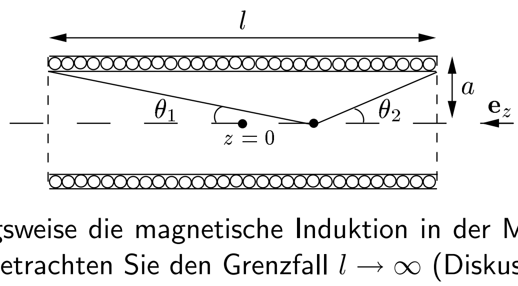
$$\partial_t \rho_m(\mathbf{r},t) = -\nabla_r \cdot \mathbf{j}_m(\mathbf{r},t)$$

her, und überprüfen Sie somit, dass Mittelung und Ortsableitung vertauschen.

4. Durch Anwenden der Produktregel und Einsetzen der Kontinuitätsgleichung erhält man $\partial_t j_i^{(m)} = \partial_t(u_i^{(m)}\rho_m) = (\partial_t u_i^{(m)})\rho_m - u_i^{(m)}\partial_j(u_j^{(m)}\rho_m)$. Diese Zeitableitung kann auch mit Hilfe der in 2. gegebenen Definition für $\mathbf{j}_m$ und der Bewegungsgleichung in 1. berechnet werden. Mit der Annahme, dass die zu mittelnden Größen statistisch unabhängig sind, erhält man schließlich durch Gleichsetzen der beiden Zeitableitungen die Bewegungsgleichung für eine Elektronenflüssigkeit.

Aufgabe 19 (7 Punkte): *Endliche Spule*
1. Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes für eine stromdurchflossene Kreisschleife in der $x-y$-Ebene mit Mittelpunkt im Ursprung, Radius a und Strom I die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ auf der z-Achse.

2. Leiten Sie daraus $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ für eine Spule der Länge l und der Schleifendichte $n = \frac{N}{l}$ mit Achse entlang der z-Achse her. Drücken Sie das Ergebnis durch die Winkel θ_1 und θ_2 aus.

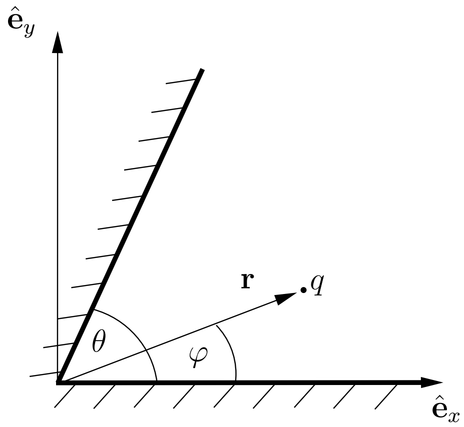


3. Berechnen Sie näherungsweise die magnetische Induktion in der Mitte ($z = 0$) und am Ende ($z = l/2$) der Spule, und betrachten Sie den Grenzfall $l \to \infty$ (Diskussion!).

Bitte Rückseite beachten!⟶

7. Übung TPIII WS 09

Aufgabe 20 (6 Punkte): *Methode der Bildladungen*
Betrachten Sie zwei geerdete Metallplatten, die einen Winkel von $0 < \theta < 2\pi$ einschließen, mit der z-Achse als Spitzengerade. Zwischen den Metallplatten befinde sich am Ort $\mathbf{r} = (r\cos\varphi, r\sin\varphi, 0)$ eine Punktladung q. Es sei $0 < \varphi < \theta$.



1. Für welche der folgenden Fälle kann man das Potential $\phi(\mathbf{r})$ im Raum zwischen den Metallplatten mit Hilfe der Bildladungen bestimmen? Begründen Sie Ihr Ergebnis und geben Sie gegebenfalls Lage und Bildladung an.

(i) $\theta = \frac{\pi}{3}$,$\varphi = \frac{\pi}{4}$ (ii) $\theta = \frac{2}{3}\pi$,$\varphi = \frac{\pi}{3}$ (iii) $\theta = \frac{3}{4}\pi$,$\varphi = \frac{\pi}{3}$

2. Konstruieren Sie das Potential $\phi(\mathbf{r})$ mit Hilfe der Bildladungen für den Fall $r = \sqrt{2}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$,$\varphi = \frac{\pi}{4}$. Zeigen Sie, daß $\phi(\mathbf{r})$ auf den Metalloberflächen verschwindet.

3. Geben Sie in obiger Situation die Oberflächenladungsdichte $\sigma(\mathbf{r})$ auf der Metalloberfläche an.