

9. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik**Abgabe:** bis Mittwoch 06.01.2009 12:15 Uhr in der Vorlesung.**Aufgabe 23 (20 Punkte): Fresnelsche Formeln**

In der Vorlesung wurden die Fresnelschen Formeln für Polarisation senkrecht zur Einfallsebene hergeleitet.

- (a) Verwenden Sie die vektoriellen Stetigkeitsbedingungen der VL sowie das Gesetz von Snellius, um die folgenden Gleichungen für die Amplitudenverhältnisse der einfallenden (E_0), reflektierten (E_0'') und transmittierten (E_0') ebenen Wellen für parallele Polarisierung (bzgl. der Einfallsebene) herzuleiten:

$$t_{\parallel} = \frac{E_0'}{E_0} = \frac{2nn' \cos \varphi}{\frac{\mu_r}{\mu_r'} n'^2 \cos \varphi + n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$r_{\parallel} = \frac{E_0''}{E_0} = \frac{\frac{\mu_r}{\mu_r'} n'^2 \cos \varphi - n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \varphi}}{\frac{\mu_r}{\mu_r'} n'^2 \cos \varphi + n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \varphi}}.$$

- (b) Stellen Sie (für $\mu_r = \mu_r'$) die Reflektivitäten $R_{\parallel} = |r_{\parallel}|^2$ und (aus der Vorlesung) $R_{\perp} = |r_{\perp}|^2$ in Abhängigkeit vom Einfallswinkel φ graphisch dar. Verwenden Sie (i) $n = 1, n' = 1.5$ [Luft→Glas] und (ii) $n = 1.5, n' = 1$ [Glas→Luft].
- (c) Bei einem Übergang von einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium tritt Totalreflexion auf, falls für den Einfallswinkel φ_t : $\sin \varphi_t = \frac{n'}{n}$ gilt.
- (i) Zeigen Sie, dass es sich um Totalreflexion handelt, indem sie die Reflektivitäten R_{\parallel} und R_{\perp} berechnen.
- (ii) Diskutieren Sie den Fall $\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_t} > 1$ mit φ_t als Winkel für die Totalreflexion. Wie breitet sich die Welle dann im optisch dünneren Medium (n') aus?
- (d) Zeigen Sie, dass für senkrechten Einfall die (Beträge der) Amplitudenverhältnisse unabhängig davon sind, ob das Licht senkrecht oder parallel polarisiert ist:

$$t = \frac{E_0'}{E_0} = \frac{2n}{n' + n}, \quad r = \frac{E_0''}{E_0} = \frac{n' - n}{n' + n}$$

Betrachten Sie die Frequenzabhängigkeit der Reflektivität $R = |r|^2$ bei senkrechter Bestrahlung einer Luft-Metall-Grenzfläche: Verwenden Sie $n_{\text{Luft}} = 1$ und $\varepsilon_{\text{Metall}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}$. Zeigen Sie, dass dann

$$R(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } \omega \leq \omega_{pl} \\ \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}}{1 + \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}} \right)^2 & \text{für } \omega > \omega_{pl} \end{cases}$$

gilt. Plotten Sie $R(\omega)$ für $\omega = [0, 2\omega_{pl}]$. Leiten Sie ebenfalls einen Ausdruck für die Reflektivität beim Übergang zu einem Dielektrikum mit $\varepsilon_D(\omega) = 1 + \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$ ab und skizzieren Sie den Verlauf.

Tipp: Unterscheiden Sie beim Dielektrikum drei Gebiete und nehmen Sie wieder $n_{\text{Luft}} = 1$ an.