Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik

Prof. Dr. A. Knorr
Dr. Carsten Weber
Dipl.-Phys. Alexander Carmele
Dipl.-Phys. Frank Milde

16. Dezember 2009

http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws09_10/pvbs/edynamik/

10. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: bis Mittwoch 13.01.2009 12:15 Uhr in der Vorlesung.

Aufgabe 24 (10 Punkte): *Stufenfaser*

Betrachten Sie einen dielektrischen Wellenleiter (Glasfaser). Die Glasfaser ist zylindersymmetrisch und besteht aus einem Kern mit Radius R und Brechungsindex n_K sowie einem Mantel mit Brechungsindex n_M.

(i) In der Faser breite sich eine Welle nur in z-Richtung aus. Machen Sie einen (den Symmetrien des Problems angemessenen) Ansatz für das elektrische und magnetische Feld.

(ii) Leiten Sie damit aus der Wellengleichung $\Delta\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\mathbf{E} = 0$ die Helmholtzgleichung

$$\Delta_t\mathbf{E} + (\frac{\omega^2}{c^2} - k^2)\mathbf{E} = 0$$

für $E_z(r,\phi)$ her. Geben sie dazu den transversalen Laplaceoperator Δ_t explizit in Zylinderkoordinaten an.

(iii) Leiten Sie daraus eine (evtl. auch modifizierte) Besselsche Differentialgleichung her (Ansatz: $E_z(r,\phi) = e^{\pm il\phi}e(r)$).

(iv) Welchen Bedingungen sollten die Lösungen genügen, damit ein möglichst "guter" Wellenleiter entsteht? Wählen Sie die entsprechenden Besselfunktionen für die Lösungen im Mantel und im Kern aus und bestimmen sie die nötigen Beziehungen von n_M, n_K und dem Wellenzahlvektor k (Stetigkeit der Lösung an der Grenze Mantel-Kern beachten!). In welchem Bereich darf die Propagationskonstante liegen?

(v) Stellen Sie die radiale Intensitätsverteilung der z-Komponente des elektrischen Feldes graphisch da.

Aufgabe 25 (10 Punkte): *Beugung am Gitter*

Eine ebene Welle $\phi(\mathbf{r},t) = \phi_0 \exp[i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)]$ trifft senkrecht auf eine Blende B. Diese Blende besitzt $(2N_x+1)(2N_y+1)$ Löcher in einem Rechteckraster, d.h. $(2N_x+1)$ Löcher in x- und $(2N_y+1)$ Löcher in y-Richtung. Der Lochabstand beträgt Δx und Δy in x- bzw. y-Richtung. Die rechteckigen Löcher haben die Abmessungen L_x und L_y in x. Im Abstand d von der Blende wird ein Schirm S parallel zur Blende aufgestellt, auf dem das Beugungsbild betrachtet werden soll.

- Erklären Sie die Kirchhoff'sche Näherung. Gehen Sie dabei insbesondere auf die sog. Kirchhoff'schen Annahmen ein.
- Bestimmen Sie ausgehend von der skalaren Kirchhoff-Identität in der Fernzone

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi}\int_{\partial V} d^2r' \left\{\frac{\partial}{\partial n}\phi(\mathbf{r}') + ik\phi(\mathbf{r}')\cos(\vartheta)\right\}\frac{e^{ikR}}{R}$$

  für den Fall der Fraunhofer-Beugung die Verteilung des Feldes $\phi(\mathbf{r})$ hinter der Blende. Dabei sei $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$.
- Bestimmen Sie die Intensitätsverteilung $I \sim |\phi(x,y,z=d,t)|^2$ auf dem Schirm S und stellen Sie diese graphisch dar.