

Prof. Dr. Harald Engel,
 Dipl. Phys. Stefan Fruhner, Dipl. Ing. Maximilian Schmitt, Dipl. Ing. Andreas Zöttl
 Andrea Vüllings, Maria Richter, Tanja Schlemm, Eike Verdenhalven

12. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Mi. 02.02.2011 8:15 Briefkasten ER-Geb./online über ISIS (max. 1MB)

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 31 (12 Punkte): Kepler-Problem im Hamilton-Jacobi-Formalismus

Behandeln Sie das Kepler-Problem mit Hilfe der Hamilton-Jacobi-Gleichung. Das Gravitationspotential ist gegeben durch $V(r) = -\frac{k}{r}$ mit $k = \gamma m_1 m_2$.

- (a) Leiten Sie ausgehend von der Lagrange-Funktion in Kugelkoordinaten $L(r, \varphi, \vartheta)$ (siehe VL) die Hamilton-Funktion her.
- (b) Warum lässt sich die Wirkung schreiben als $S(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \bar{S}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \alpha_r t$? Formulieren Sie damit die Hamilton-Jacobi-Gleichung.
- (c) Welche Variable ist zyklisch? Warum können wir deshalb eine neue Konstante einführen? Nennen Sie diese Konstante α_φ .
- (d) Machen Sie den Separationsansatz $\bar{S} = \bar{S}_r(r) + \bar{S}_\vartheta(\vartheta) + \bar{S}_\varphi(\varphi)$. Warum zerfällt die verbleibende Differentialgleichung in zwei unabhängige Differentialgleichungen? Nennen Sie die dabei auftauchende neue Konstante α_ϑ^2 .
- (e) Zeigen Sie, dass diese Konstante das Quadrat des Gesamtdrehimpulses ist!
- (f) Berechnen Sie die generalisierten Koordinaten \bar{q}_k als Ableitungen der Wirkungsfunktion. *Hinweis:* Als Ergebnis erhalten Sie Integralausdrücke. Die auftretenden Integrale müssen nicht ausgewertet werden.
- (g) Berechnen Sie die Impulse $p_k = \frac{\partial S}{\partial q_k}$.

Aufgabe 32 (8 Punkte): Trägheitsmoment der homogenen Kugel

- (a) Betrachten Sie eine Kugel mit dem Radius R und der homogenen Dichte ρ . Zeigen Sie, dass das Trägheitsmoment einer solchen homogenen Kugel gegeben ist durch $J = \frac{2}{5}MR^2$ mit der Gesamtmasse der Kugel M .
- (b) Betrachten Sie nun die Erde als eine homogene Kugel mit der mittleren Dichte $\rho_E = 5500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und berechnen Sie das zugehörige Trägheitsmoment J_E . *Hinweis:* Der Radius der Erde beträgt: $R_E = 6,378 \cdot 10^6 \text{m}$. Mit seiner Hilfe und der angegebenen Dichte ρ_E kann die Masse der Erde berechnet werden.
- (c) Nun können wir nach einem einfachen Modell die Erde als eine Kugel mit einem Kern der mittleren Dichte $\rho_K = 11000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und einem Mantel der mittleren Dichte $\rho_M = 4250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ betrachten. Berechnen Sie auch hier das zugehörige Trägheitsmoment und vergleichen Sie dieses mit dem Trägheitsmoment aus (b). *Hinweis:* Der Erdradius ergibt sich aus der Summe von Kernradius und Manteldicke.

12. Übung TPI WS10/11

Aktuelle Informationen werden auf der Webseite bekannt gegeben. Diese ist zu erreichen über

Wochenplan <http://www.tu-berlin.de/index.php?id=90108>

	Mo	Di	Mi	Do
8-10		VL EW 202	VL EW 202	
10-12	Tut ER 164 AV	Tut EW 016 TS	Tut EW 229 MR	
12-14	Tut EW 229 SAM	Tut ER 164 AV	Tut EW 226 EV Tut EW 731 TS	
14-16		Tut ER 164 SAM	Tut EW 229 MR	
16-18		Tut ER 164 SAM	Tut ER 164 EV	

SAM – Stefan Fruhner/ Andreas Zöttl/ Max Schmitt, MR – Maria Richter, TS – Tanja Schlemm,
EV – Eike Verdenhalven, AV – Andrea Vüllings

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel.
Prof. Dr. H. Engel	Mi.	14:30-16:00	EW 738	79462
Stefan Fruhner	Fr.	13:30-14:30	EW 627/28	27681
Max Schmitt	Do.	10:00-11:00	EW 708	25225
Andreas Zöttl	Mi.	11:00-12:00	EW 702	24253
Maria Richter	Mi.	16:30-17:30	EW 060	26143
Tanja Schlemm	Mo.	13:30-14:30	EW 060	26143
Eike Verdenhalven	Di.	13:00-14:00	EW 060	26143
Andrea Vüllings	Do.	12:15-13:15	EW 060	26143