Einführung

1. Zum Verhältnis zwischen experimenteller und theoretischer Physik

• Max Planck (1858 – 1947). " Theorie ohne Experiment ist leer, Experiment ohne Theorie ist blind".

- Untrennbare Einheit von experimenteller Forschung und theoretischer Durchdringung, sich gegenseitig ergänzende Seiten des physikalischen Erkenntnisprozesses.

- Es gibt keine Trennung in experimentelle und theoretische Physik, wohl aber eine Arbeitsteilung zwischen Experimentalphysikern und theoretischen Physikern.

• Galileo Galilei (1564 – 1642): "Das Buch der Natur ist in der Sprache der Mathematik geschrieben."

Die Physik ist die am stärksten mathematisierte Naturwissenschaft. Die Theoretische Physik ist die Schnittstelle zur Mathematik.

• Die Physik ist auf dem Experiment gegründet: Experiment – Prüfstein physikalischen Wissens, in der Physik alleiniger Richter über wissenschaftliche Wahrheit.

2. Physikalische Theorien

● "richtig", wenn sie experimentelle Resultate korrekt beschreiben bzw. vorhersagen

▪ ART: Zu behaupten, die Struktur der Raum-Zeit (Metrik) sei durch die Masseverteilung im Weltall bestimmt und eine faszinierende Theorie zu entwickeln, ist die eine Seite. Mindestens ebenso wichtig sind experimentelle Vorhersagen:

- Lichtablenkung im Gravitationsfeld der Sonne → Sonnenfinsternis 1919 (Gravitationslinse)
- Periheldrehung des Merkur
- Gravitationswellen
-

● Darf eine physikalische Theorie nicht messbare Größen/beobachtbare Objekte enthalten?

▪ QM: Wellenfunktion → statistische Interpretation

▪ Atomarer Aufbau der Materie, kinetische Gastheorie und statistische Mechanik

- $\underline{F} = q(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \leftrightarrow \underline{A}, \Phi$ Eichinvarianz

- hierarchischer Aufbau physikalischer Theorien

- relativistische Mechanik enthält die klassische Mechanik im Grenzfall v << c

- Quantenphysik beinhaltet klassische Physik im Grenzfall $\hbar \to 0$

- integrativer Aspekt physikalischer Theorien

Maxwell´sche Gleichungen $\left\{\begin{array}{c}\text{Elektrizität}\\ \text{Magnetismus}\\ \text{Licht}\end{array}\right.$ vereint verschiedene Aspekte des em Feldes

- deduktiver Aspekt, "Weltformel"

Universelle Grundgesetze, aus denen durch mathematische Deduktion exakte Aussagen über die Einzelerscheinungen ableitbar sind.

- Klassische Mechanik "reduziert auf" $\delta \int_{t_1}^{t_2} dt\ L(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, t) = 0$.

3. Kurs der Theoretischen Physik im Bachelor-Studiengang an der TUB

2. Semester: Mathematische Methoden

Modul Theoretische Physik I/II, zwei Leistungsnachweise

3. Semester: ThPh I Mechanik

4. Semester: ThPh II Quantenmechanik I

Modul Theoretische Physik III/IV, ein Leistungsnachweis

5. Semester: ThPh III Elektrodynamik/Relativitätstheorie

6. Semester: ThPh II Thermodynamik und Staistische Physik

Masterstudiengang:

Quantenmechanik II Vielteilchensysteme

Vertiefungsfächer: Nichtlineare Optik, Nichtlineare Dynamik und Strukturbildung, Computerphysik, Statistische Physik des Nichtgleichgewichts

Wahlpflichtfächer: Statistische Physik I + II
Theoretische Festkörperphysik I + II
ART I + II

Vorlesung: grundlegende Ideen und Begriffsbildungen, Konzepte und (mathematische) Methoden → "Physikalisches Weltbild"

Vorlesung als Anleitung zum Selbststudium !!

Wichtig: Nicht den "roten Faden verlieren" !

Übung/Tutorien: Anwendung der Theorie auf Lösung konkreter Aufgaben in kleinen Gruppen

1. Newton´sche Mechanik (klassische (Masse)Punktmechanik)

1.1 Historisches

Isaac Newton (1643 bis 1727). 1687 „Philisophiae naturalis principa mathematica“, mit Leibniz (1646 bis 1716) Erfinder der Infinitesimalrechnung.

1750 -1850 formulieren

→ Leonard Euler (1707 Basel bis 1783 St. Petersburg)

→ Joseph-Louis de Lagrange (1736 Turin bis 1813 Paris; Mathematiker und Astronom, 1788 Formulierung der klassischen Mechanik

→ William Rowan Hamilton (1805 Dublin bis 1865 bei Dublin, 1834 Hamilton´sche Glgn.)

→ Carl Gustav Jakob Jacobi (1804 Potsdam bis 1851 Berlin, Mathematiker)

die Newton´sche Mechanik neu. Es entsteht das mechanistische Weltbild im (neuen) Glauben, alles sei auf mechanische Bewegungen zurückführbar. Dieser mechanische Determinismus stellte eine Herausforderung an die Philosophie/Religion dar, insbesondere mit dem Komplex Willensfreiheit/Schicksal.

Aber:

- Konzept der Bahnkurve ↔ Unschärferelation

- deterministisches Chaos und Vorhersagbarkeit

1.2 Grundbegriffe

- Gegenstand der Newton´schen Mechanik:

Bewegung von Körpern/Massen in Raum und Zeit unter dem Einfluss von Kräften.

Raum und Zeit sind neben Masse und Kraft a priori vorgegebene Grundbegriffe: "… der schwere Anfang aller Wissenschaft".

Newtons Raum ist euklidisch und dreidimensional, $\underline{r} \in \Re^3$.

Newtons Zeit ist skalar, $t \in \Re$.

Raum und Zeit sind absolut und voneinander unabhängig.

Gültigkeitsbereich der Newton´schen Annahmen zu Raum und Zeit:

(i) Geschwindigkeit der Körper viel kleiner als die Vakuumsgeschwindigkeit c.

(ii) hinreichend fern von gravitierenden Massen

(iii) In Bereichen von der Größenordnung der Planck´schen Elementarlänge ist die Struktur der Raum-Zeit unklar:

$$L_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar\gamma}{c^3}} \approx 1.5\,10^{-35}\,\text{m}.$$

• **Einschub: Planck-Größen**

Gebildet aus den universellen Natur"konstanten"

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \approx 10^{-34}\ \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s}}\ \ \text{Energie} \cdot \text{Zeit} \rightarrow$$ **Planck´sches Wirkungsquantum**

$$c = 2.997925 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \rightarrow$$ **Vakuumlichtgeschwindigkeit**

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}} \rightarrow$$ **Gravitationskonstante** $F = \gamma \frac{m M}{r^2}$

$$L_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar \gamma}{c^3}} \approx 1.5\ 10^{-35}\,\mathrm{m}$$

$$t_{\text{Planck}} = \frac{L_{\text{Planck}}}{c} = \sqrt{\frac{\hbar \gamma}{c^5}} \approx 0.5\ 10^{-43}\,\mathrm{s}$$

$$m_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar\, c}{\gamma}} \approx 2.3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg}$$

10^{-35} m	10^{-10} m		10^{20} m
Struktur der Raum-Zeit unklar	qm Effekte ↑	← …Alltagserfahrung …→	Geometrie nicht-euklidisch

Bohr´scher Radius

$$a_B = \frac{4\pi \varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \approx 0.528 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$$

60 Größenordnungen liegen zwischen der Planck-Länge und der Entfernung der Quasare als dem "Rand des Universums", 10^{10} Lichtjahre, etwa 10^{26} m.
Ebenfalls 60 Größenordnungen trennen die Planck-Zeit und das Alter des Universums, $2 \cdot 10^{10}$ a (20 Mrd. Jahre, "Urknall").

1.3 Kinematik

• <u>Massepunkt (MP)</u>: Physikalischer Körper der Masse m und vernachlässigbarer Ausdehnung

→ idealisiertes Teilchen

<u>Bahnkurve des MP</u>: Ort $\underline{r}$ zur Zeit t , $\underline{r}(t) \in \Re^3$

In kartesischen Koordinaten:

$$\underline{r}(t) = x(t)\,\underline{e}_x + y(t)\,\underline{e}_y + z(t)\,\underline{e}_z =: \sum_{i=1}^{3} x_i(t)\,\underline{e}_i = x_i(t)\,\underline{e}_i = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} \text{ (Summenkonvention)}$$

• Wie schnell bewegt sich der MP entlang der BK? → <u>Geschwindigkeit des MP</u>.

<u>Momentangeschwindigkeit es MP zum Zeitpunkt t</u>: $\Delta t \to 0$

$$\frac{d\underline{r}(t)}{dt} =: \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \underline{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t} =: \dot{\underline{r}}(t) = \underline{v}(t)$$

Der Vektor der Momentangeschwindigkeit $\underline{v}(t)$ ist
tangential zur Bahnkurve gerichtet, d.h., $\dot{\underline{r}}(t)$ ist
der Tangentenvektor an die BK zum Zeitpunkt t.

(Skizze)

Kartesische Koordinaten: $$\underline{v}(t) = \dot{\underline{r}}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\,\underline{e}_x + \frac{dy(t)}{dt}\,\underline{e}_y + \frac{dz(t)}{dt}\,\underline{e}_z =: \dot{x}_i(t)\,\underline{e}_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix}$$

<u>Beschleunigung des MP zum Zeitpunkt t:</u>

$$\frac{d^2\underline{r}(t)}{dt^2} =: \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \underline{v}}{\Delta t} \right) =: \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\dot{\underline{r}}(t+\Delta t) - \dot{\underline{r}}(t)}{\Delta t} = \frac{d\dot{\underline{r}}(t)}{dt} = \frac{d\underline{v}(t)}{dt} = \ddot{\underline{r}}(t) =: \underline{a}(t)$$

Kartesische Koordinaten: $$\underline{a}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\,\underline{e}_x + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\,\underline{e}_y + \frac{dz^2(t)}{dt^2}\,\underline{e}_z =: \ddot{x}_i(t)\,\underline{e}_i = \begin{pmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{pmatrix}.$$

■ Rotation mit Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}(t)$ um eine Drehachse durch den Koordinatenursprung

Zerlege $\underline{r}(t) = \underline{r}_{\parallel} + \underline{r}_{\perp}(t)$, wobei $\underline{r}_{\parallel} \parallel \underline{\omega}$ und $\underline{r}_{\perp} \perp \underline{\omega}$.

$d\underline{r} = d\underline{r}_{\perp} = \underline{\omega}(t)\,dt \times \underline{r}_{\perp}$ (*)

Betrag: $\dfrac{dr_{\perp}}{r_{\perp}} = d\varphi = \omega\,dt$, d.h. $dr_{\perp} = \omega r_{\perp} dt$

in Übereinstimmung mit (*), da $\angle\left(\underline{\omega}(t), \underline{r}_{\perp}(t)\right) = \dfrac{\pi}{2}$.

Skizze

Richtung: $d\underline{r}_{\perp}$ (Bahnebene) steht senkrecht auf der von $\underline{\omega}$ und $\underline{r}_{\perp}$ aufgespannten Ebene.

(*) $d\underline{r} = d\underline{r}_{\perp} = \underline{\omega}(t)\,dt \times \underline{r}_{\perp} \underset{\underline{\omega} \parallel \underline{r}_{\parallel}}{=} \underline{\omega}(t)\,dt \times \left(\underline{r}_{\perp} + \underline{r}_{\parallel}\right) = \underline{\omega}(t)\,dt \times \underline{r}$.

Damit ergibt sich für die Momentangeschwindigkeit des MP

$$\frac{d\underline{r}}{dt} = \underline{v}(t) = \underline{\omega}(t) \times \underline{r}(t)$$

und für die Beschleunigung zum Zeitpunkt t

$$\frac{d^2\underline{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\underline{\omega}(t) \times \underline{r}(t)\right) = \dot{\underline{\omega}}(t) \times \underline{r}(t) + \underline{\omega}(t) \times \dot{\underline{r}}(t) = \dot{\underline{\omega}}(t) \times \underline{r}(t) + \underline{\omega}(t) \times \left(\underline{\omega}(t) \times \underline{r}(t)\right) = \underline{a}(t).$$

Übung: Falls erforderlich, Geschwindigkeit und Beschleunigung des MP in krummlinigen Koordinaten, speziell in ebenen Polarkoordinaten, wiederholen (MM, Kap. 10).

<u>Bahnkurve:</u> $\underline{r}(t) = r\,\underline{e}_r$

<u>Geschwindigkeit:</u> $\dfrac{d\underline{r}(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(r(t)\,\underline{e}_r(t)\right) = \dot{r}\,\underline{e}_r + r\,\underline{\dot{e}}_r = \dot{r}\,\underline{e}_r + r\,\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi = \underline{v}(t)$.

$$\underline{\dot{e}}_r = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\dot{\varphi}\cos\varphi\\ \dot{\varphi}\ \sin\varphi\end{pmatrix} = \dot{\varphi}\begin{pmatrix}-\cos\varphi\\ \sin\varphi\end{pmatrix} = \dot{\varphi}\ \underline{e}_\varphi .$$

Damit ergibt sich zum Beispiel für die kinetische Energie

$\dfrac{m}{2}v^2 = \dfrac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right)$ (Merken!)

oder für den Drehimpuls

$\underline{L} = \underline{r}\times\underline{p} = m\,\underline{r}\times\underline{\dot{r}} = m\,r\,\underline{e}_r \times \left(\dot{r}\,\underline{e}_r + r\,\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi\right) = m\,r^2\,\dot{\varphi}\ \ \underline{e}_r\times\underline{e}_\varphi = m\,r^2\,\dot{\varphi}\ \underline{e}_z$ (Merken!)

(bezüglich der z-Achse durch den Koordinatenursprung, also senkrecht zur Bahnebene).

<u>Beschleunigung:</u> $\underline{a}(t) = (\ddot{r} - r\,\dot{\varphi}^2)\ \underline{e}_r + (r\,\ddot{\varphi} + 2\,\dot{r}\,\dot{\varphi})\ \underline{e}_\varphi$, denn

$$\frac{d\underline{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\dot{r}\,\underline{e}_r + r\,\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi\right) = \ddot{r}\,\underline{e}_r + \dot{r}\underset{\substack{\uparrow\\ \dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi}}{\underline{\dot{e}}_r} + \dot{r}\,\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi + r\,\ddot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi + r\,\dot{\varphi}\underset{\substack{\uparrow\\ -\dot{\varphi}\,\underline{e}_r}}{\underline{\dot{e}}_\varphi} .$$

Anregung zum vertiefenden Studium: Geschwindigkeit und Beschleunigung in natürlichen Koordinaten, begleitendes Dreibein, Frenet´sche Formeln.

1.4 Dynamik, Newton´sche Axiome (→ Postulate) der Mechanik

Ursache der Bewegung?

Dynamik: Bewegung von Körpern (z.B. MP) unter dem Einfluss von Kräften.

Kräfte sind an ihren Wirkungen erkennbar, Beispiele …

Aber: Auch kräftefreie Körper können sich bewegen.

1.4.1 I. Newton´sches Axiom, Galilei´sches Trägheitsgesetz, Inertialsysteme (IS)

Newtons Formulierung: Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der geradlinig gleichförmigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

Heutige Formulierung: Es existieren Koordinatensysteme, in denen ein kräftefreier Körper im Zustand der Ruhe oder der geradlinig gleichförmigen Bewegung verharrt → **Inertialsysteme**

Transformation zwischen IS: $\underline{r} = \underline{r}' + \underline{R} + \underline{u} \cdot t$, $t = t'$ → **Galilei-Transformation** **Skizze**

Die Zeit wird nicht mittransformiert ↔ Newton´sche Fiktion von der absoluten Zeit.

Bemerkungen:

(i) Bewegen sich zwei Körper geradlinig gleichförmig mit v_1 bzw. v_2 , so ist nicht entscheidbar, welcher von beiden ruht. Im Ruhesystem eines jeden bewegt sich der andere usw. usf.

(ii) Ursprung der Trägheit, Mach´sche Hypothese: Die Trägheit eines Körpers hat ihren Ursprung in der Existenz der "fernen" Massen des Kosmos. Sie ist eine Art kollektiver Effekt ihrer Wechselwirkungen. Entfernte man die übrigen Massen aus dem Kosmos, würde die Trägheit verschwinden.

(iii) Inertialsysteme der Newton´schen Mechanik sind experimentell durch bezüglich des Systems der Fixsterne rotationsfreie Bezugssysteme realisierbar.

Bahnkurve des kräftefreien Körpers (MP): $\underline{r}(t) = \underline{v}_0 \cdot t + \underline{r}_0$.

1.4.2 II. Newton´sches Axiom, Newton´sche Bewegungsgleichung (NBG)

Was passiert bei $\underline{F} \neq 0$?

Es bedarf einer Kraft, um die Geschwindigkeit eines Körpers zu ändern.

Experiment: Man findet $\frac{\underline{\Delta v}}{\Delta t} \sim \underline{F}$, Proportionalitätsfaktor: m → **träge Masse**, [m] = kg.

Der Körper setzt der Bewegungsänderung den Trägheitswiderstand entgegen, der unabhängig von der Stärke der Kraft ist und in diesem Sinne den Körper selbst charakterisiert. Durch Messung der durch die Kraft hervorgerufenen Beschleunigung wird jedem Körper eine (skalare) träge Masse zugeordnet.

$\underline{p} := m\,\underline{v} = m\,\underline{\dot{r}}$ → **Impuls** des Körpers/MP

Newton: $\underline{F} = \frac{d\underline{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\,\underline{v}) = \frac{d}{dt}(m\,\underline{\dot{r}})$

Die zeitiche Änderung des Impulses ist gleich der wirkenden Kraft.

Ist m zeitunabhängig folgt $\underline{F} = m\,\underline{\ddot{r}} = m\,\underline{a}$ bzw. $\underline{F}(\underline{r},\underline{\dot{r}},t) = m\frac{d^2\underline{r}(t)}{dt^2}$ → NBG

Die NBG ist die Grundgleichung der Newton´schen Dynamik. Es handelt sich um eine ODE 2. Ordnung für die Bahnkurve des Körpers $\underline{r}$ (t). Für "realistische" Kräfte sind Existenz und Eindeutigkeit der Lösung gesichert. Beachte [$\underline{F}$] = N, 1 N = 1 kg m s^{-2}.

Grundaufgabe der Newton´schen Mechanik: Bestimme aus der auf den MP wirkenden resultierenden Kraft unter Verwendung der Anfangsbedingungen

$\underline{r}\,(t = t_0) = \underline{r}_0$ und $\underline{v}\,(t = t_0) = \underline{v}_0$

durch Integration der NBG die Bahnkurve $\underline{r}$ (t).

"Rezept" zur Lösung von Bewegungsproblemen auf der Basis der Newton´schen Axiome

(i) Ermittle die (resultierende) wirkende Kraft $\underline{F}(\underline{r},\underset{\downarrow}{\dot{\underline{r}}},t)$

Lorentz, Reibung

(ii) Integriere die NBG $m\ddot{\underline{r}} = \underline{F}(\underline{r},\dot{\underline{r}},t)$ und bestimme aus den Anfangsbedingungen die Integrationskonstanten.

(iii) Diskutiere die Lösung.

Beachte:

NBG ist invariant gegen Zeitumkehr (reversibel) und unter der **Galilei-Transformation:**

$$\underline{r}(t) = \underline{r}'(t) + \underline{R} + \underline{u}\cdot t,\ \ t = t',$$

$$\frac{d\underline{r}}{dt} = \frac{d\underline{r}'}{dt} + \underline{u} \ \text{ bzw. } \underline{v} = \underline{v}' + \underline{u},$$

$$\frac{d^2\underline{r}}{dt} = \frac{d^2\underline{r}'}{dt}, \text{d.h. aus } \underline{F}(\underline{r}) = m\frac{d^2\underline{r}}{dt} \ \rightarrow\ \underline{F}(\underline{r}') = m\frac{d^2\underline{r}'}{dt}.$$

In allen IS gelten die Newton´schen Axiome, das IS ist in der Newton´schen Mechanik bis auf die Galilei-Transformation eindeutig.