

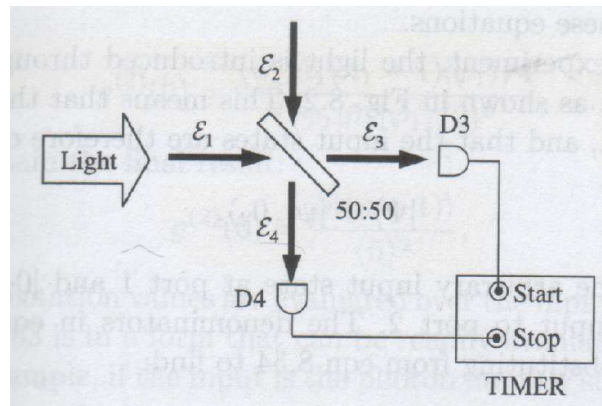
Prof. Dr. Andreas Knorr
 Dr. Carsten Weber
 Dr. Frank Milde / Dipl. Phys. Alexander Carmele
 Dipl. Phys. Ken Lichtner

11. Übungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II

Abgabe: Fr. 28.01.2011 12:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 25 (10 Punkte): Hanbury Brown-Twiss Experiment

Betrachten Sie folgenden experimentellen Aufbau einer Photon-Photon-Korrelationsmessung:



Im sogenannten Hanbury Brown-Twiss (HBT) Experiment wird am Eingang 1 einfallendes Licht über einen Strahlenteiler zu gleichen Teilen auf die Ausgänge 3 und 4 aufgeteilt. Dieses Licht (Photonen) wird an den Detektoren D3 und D4 registriert, wobei die zwei Detektoren an ein Messgerät angeschlossen sind, welches den zeitlichen Abstand zwischen den zwei Messungen registriert. Die entsprechende Korrelationsfunktion für eine einzelne Mode

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle c_3^\dagger(t)c_4^\dagger(t+\tau)c_4(t+\tau)c_3(t) \rangle}{\langle c_3^\dagger(t)c_3(t) \rangle \langle c_4^\dagger(t+\tau)c_4(t+\tau) \rangle}$$

liefert Informationen über die Photonstatistik des einfallenden Lichts. Im Folgenden soll der typischerweise diskutierte Fall $\tau = 0$ betrachtet werden.

- (a) An erster Stelle soll der Strahlteiler beschrieben werden, um die $g^{(2)}$ -Funktion durch das einfallende Lichtfeld auszudrücken. Betrachten Sie dazu den allgemeinen Zusammenhang zwischen den einfallenden und ausfallenden Feldern am Strahlteiler

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{E}_1 e^{i\phi_1^t} + \mathcal{E}_2 e^{i\phi_2^r} \right], \\ \mathcal{E}_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{E}_1 e^{i\phi_1^r} + \mathcal{E}_2 e^{i\phi_2^t} \right], \end{aligned}$$

wobei $\phi_i^{t/r}$ die Phasen bei Transmission bzw. Reflexion sind.

- (i) Leiten Sie unter Berücksichtigung der Energieerhaltung die Beziehung zwischen den Phasen her. Gehen Sie von reellen Feldern \mathcal{E}_i aus.
- (ii) Typischerweise wird $\phi_i^t = 0$ gewählt. Zeigen Sie hiermit, dass die Beziehung aus (i) erfüllt ist, wenn die Reflexionen einen relativen Phasenunterschied von π aufweisen.
- (iii) Benutzen Sie obiges Resultat, um über die Quantisierung der Felder eine Beziehung zwischen c_3, c_4 und c_1, c_2 aufzustellen, und schreiben Sie $g^{(2)}(0)$ als Funktion von c_1, c_2 .

11. Übung TPV WS10/11

- (b) Im HBT-Experiment fällt nur an einem Eingang (hier Eingang 1) Licht ein, während am Eingang 2 der Vakuumzustand $|0_2\rangle$ anliegt, so dass der Eingangszustand als $|\Psi\rangle = |\psi_1, 0_2\rangle$ dargestellt werden kann. Leiten Sie hiermit die übliche Form der $g^{(2)}$ -Funktion

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle c^\dagger c^\dagger c c \rangle}{\langle c^\dagger c \rangle^2} = \frac{\langle \hat{n}(\hat{n} - 1) \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2}$$

her, wobei die Operatoren sich auf den Eingang 1 beziehen.

In Aufgabe 26 soll die Photonstatistik des Lichts über $g^{(2)}(0)$ untersucht werden. Hier werden zuerst ein paar allgemeinere Beispiele des obigen Aufbaus betrachtet [benutzen Sie das Ergebnis aus Teil (a)(iii)]:

- (b) Der Eingangszustand sei durch $|\Psi\rangle = |0\rangle_1 |0\rangle_2$ gegeben. Wie sieht der Ausgangszustand aus?
- (c) Wie sieht der Ausgangszustand aus, wenn der Eingangszustand durch $|0\rangle_1 |1\rangle_2$ oder $|1\rangle_1 |0\rangle_2$ gegeben ist? Wie wenn er durch $|1\rangle_1 |1\rangle_2$ gegeben ist? Vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 26 (10 Punkte): Photonstatistik

Im Folgenden soll $g^{(2)}(0)$ für verschiedene Arten von Licht (thermisch, kohärent, Fockzustände (antibunched)) betrachtet werden.

- (a) Betrachten Sie zuerst Photonenzahl(Fock-)zustände $|n\rangle$. Zeichnen Sie die Abhängigkeit von $g^{(2)}(0)$ von der Photonenzahl n . Diskutieren Sie die (klassischen und nichtklassischen) Grenzfälle.
- (b) Zeigen Sie, dass $g^{(2)}(0) = 1$ für kohärente Zustände.
- (c) Wie sieht $g^{(2)}(0)$ für thermisches Licht aus?