

Prof. Dr. Tobias Brandes  
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Valentin Flunkert, Dipl.-Phys. Philipp Zedler  
Benjamin Regler, Jan Techter

## 2. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik Korrigierte Version

**Abgabe:** Montag 8.11. bis 10:00 in den Briefkasten im Ernst-Ruska Gebäude (Physik Altbau).  
Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.

**Aufgabe 4 (4+0+2+4(+4)=10+4 Punkte):** *Zwei parallele geerdete Metallplatten*

- a) Berechnen Sie einen formalen Ausdruck für die Greensche Funktion  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  für den Raum zwischen zwei parallelen, unendlich ausgedehnten geerdeten Platten (mit Potential Null), die sich bei  $z = 0$  und bei  $z = d$  befinden. Bestimmen Sie hierzu einen Satz von Basisfunktionen, die die Randbedingungen erfüllen und berechnen Sie daraus den formalen Ausdruck für die Greensche Funktion zu

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi \int \frac{d\mathbf{k}_{\parallel}}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot (\mathbf{r}'_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel})} g(z, z', \mathbf{k}_{\parallel}),$$
$$g(z, z', \mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{2}{d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi z/d) \sin(n\pi z'/d)}{(n\pi/d)^2 + k^2}$$

- b) **Dieser Aufgabenteil kann nicht gelöst werden und fällt weg.**
- c) Wir setzen nun eine Ladung  $q$  an den Ort  $\mathbf{r}'$  zwischen die Platten. Per Definition beschreibt  $q G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  das Potential, das durch die Punktladung erzeugt wird. Überlegen Sie, welchen Symmetrien die Greensche Funktion gehorcht bezüglich Spiegelung und Translation um  $2d$  des Ortes  $\mathbf{r}'$ . Schlussfolgern Sie daraus, wo sich welche Scheinladungen befinden.
- d) Wir betrachten nun die Greensche Funktion  $g(z, z'; \mathbf{k}_{\parallel})$ , die bezüglich  $x$  und  $y$  fouriertransformiert ist. Sie gehorcht der transformierten Poissongleichung

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \mathbf{k}_{\parallel}^2 \right) g(z, z', \mathbf{k}_{\parallel}) = \delta(z - z')$$

und der Randbedingung  $g(z, z', \mathbf{k}_{\parallel}) = 0$  bei  $z = 0$  und bei  $z = a$ . Machen Sie einen Ansatz zur Lösung der homogenen Bestimmungsgleichung. Um die Koeffizienten dafür zu ermitteln, brauchen wir noch die Bedingung, die durch die Inhomogenität auferlegt wird, nämlich

$$-\lim_{\epsilon \searrow 0} \frac{\partial}{\partial z} g(z, z', \mathbf{k}_{\parallel}) \Bigg|_{z=z'-\epsilon}^{z=z'+\epsilon} = 1.$$

Nehmen Sie an, dass  $g$  auch bei  $z = z'$  stetig ist und zeigen Sie, dass gilt

$$g(z, z', \mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{\sinh(kz_{<}) \sinh[k(d - z_{>})]}{k \sinh(kd)} \quad (1)$$

mit  $k = |\mathbf{k}_{\parallel}|$ ,  $z_{<} = \min(z, z')$  und  $z_{>} = \max(z, z')$ .

- f) **Zusatzaufgabe:** Zeigen Sie, dass beide Ansätze auf das gleiche Ergebnis führen. Bestimmen Sie hierzu die Fourierkoeffizienten für Gleichung 1.

2. Übung TPIII WS2010/11

**Aufgabe 5 (4 Punkte):** *Influenzladung auf einer Kugelschale*

Wir betrachten einen Leiter in Form einer homogenen Kugelschale mit innerem Radius  $r_0$  und äußerem Radius  $r_1$ . Im Mittelpunkt der Kugel befindet sich eine Punktladung  $q$ . Wie groß ist die Flächenladungsdichte auf dem Inneren und dem Äußeren Rand der Kugelschale, wenn die Kugelschale insgesamt elektrisch neutral ist? Begründen Sie Ihre Antwort mit dem Gaußschen Gesetz.

**Aufgabe 6 (6 Punkte):** *Laplaceoperator und Deltafunktion*

Verifizieren Sie die bekannte Relation  $\Delta \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = -4\pi\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$  nochmals durch Fouriertransformation des Yukawa-Potentials  $V(\mathbf{r}) \equiv \frac{e^{-\alpha r}}{r}$  mit  $\alpha > 0$  im Limes  $\alpha \rightarrow 0$ .

<b>Vorlesung:</b>	Mittwoch 12:00 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203 Freitag 08:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203
<b>Klausur:</b>	Mittwoch, 16. Februar 2011, von 12:00 – 14:00 Uhr im ER 270
<b>Tutorien:</b>	Mo 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash Azhand Mo 12–14 Uhr in EW 731 bei Benjamin Regler Di 08–10 Uhr in EW 731 bei Jan Techter Di 10–12 Uhr in EW 731 bei Jan Techter Di 12–14 Uhr in EW 731 bei Valentin Flunkert Do 08–10 Uhr in EW 731 bei Philipp Zedler Do 10–12 Uhr in EW 731 bei Benjamin Regler
<b>Sprechzeiten:</b>	Di 13–14 Uhr in EW 744 bei Tobias Brandes Mi 11–12 Uhr in EW 217 bei Philipp Zedler Do 11–12 Uhr in EW 217 bei Arash Azhand Do 12–13 Uhr in EW 217 bei Benjamin Regler Do 13–14 Uhr in EW 217 bei Valentin Flunkert Fr 13–14 Uhr in EW 217 bei Jan Techter
<b>Scheinkriterien:</b>	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bestandene Klausur