

Prof. Dr. Tobias Brandes  
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Dipl.-Phys. Valentin Flunkert, Dipl.-Phys. Philipp Zedler  
Benjamin Regler, Jan Techter

### 3. Übungsblatt zur Theoretischen Physik III: Elektrodynamik

**Abgabe:** Montag 15.11. bis 10:00 in den Briefkasten im Ernst-Ruska Gebäude (Physik Altbau).  
Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.

#### **Aufgabe 7 (10 Punkte):** *Kugelkondensator*

Ein Kugelkondensator besteht aus zwei konzentrischen Kugeloberflächen mit den Radien  $R_1$  und  $R_2$  mit  $R_1 < R_2$ , auf denen sich die homogen verteilten Ladungen  $Q$  bzw.  $-Q$  befinden.

- Berechnen Sie das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  für die Bereiche  $r \leq R_1$ ,  $R_1 \leq r \leq R_2$  und  $R_2 \leq r$ .
- Berechnen Sie das skalare Potential  $\phi$  für die Bereiche  $r \leq R_1$ ,  $R_1 \leq r \leq R_2$  und  $R_2 \leq r$ . Bestimmen Sie die auftretenden Konstanten durch die Stetigkeitsbedingungen bei  $r = R_1$  und  $r = R_2$ . Außerdem soll gelten  $\phi(r \rightarrow \infty) = 0$ .
- Skizzieren Sie den Verlauf des elektrischen Felds  $\mathbf{E}$  und des skalaren Potentials  $\phi$ .
- Berechnen Sie die Kapazität dieses Kugelkondensators.

#### **Aufgabe 8 (4 Punkte):** *Erwartungswert und Varianz des elektrostatischen Potentials*

Ein Elektron befinde sich in einem stationären Zustand mit der Wellenfunktion  $\Psi(\mathbf{r})$ .

- Wie definiert man sinnvollerweise einen Operator  $\hat{\phi}(\mathbf{r})$  des durch das Elektron erzeugten elektrostatischen Potentials am Ort  $r$ ?
- Wie lauten die Ausdrücke für den Erwartungswert und die Varianz von  $\hat{\phi}(\mathbf{r})$  im Zustand  $\Psi(\mathbf{r})$ ?
- Leiten Sie eine Multipolentwicklung für diese Ausdrücke her.
- Zusatzaufgabe (4 Zusatzpunkte):** Berechnen Sie die Ausdrücke in b) und c) explizit für ein Elektron im Grundzustand eines harmonischen Oszillators, gegeben durch eine Gauß-Verteilung

$$\rho(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2 = \exp(-\alpha \mathbf{r}^2).$$

#### **Aufgabe 9 (6 Punkte):** *Poisson-Boltzmann-Gleichung*

Die Poisson-Boltzmann-Gleichung lautet (wie aus der Vorlesung bekannt):

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\epsilon} \sum_{\alpha=1}^M q_{\alpha} n_{0,\alpha} e^{-\beta q_{\alpha} \Phi(\mathbf{r})}.$$

Betrachten Sie den Fall mit  $M = 1$ , d.h. einer Sorte von positiven Gegen-Ionen mit Ladung  $q_+$  im Halbraum  $z > 0$ , die eine konstante, homogene negative Flächenladungsdichte  $\sigma$  auf der Randfläche  $z = 0$  insgesamt elektrisch kompensieren. Lösen Sie hierfür die Poisson-Boltzmann-Gleichung als von-Neumann-Problem.

- Wie lauten die von-Neumann Randbedingungen bei  $z = 0$  und  $z = \infty$  hier?
- Bestimmen Sie das Potential  $\Phi(z)$  und die Dichte  $n(z)$  der Gegen-Ionen.

3. Übung TPIII WS2010/11

c) Drücken Sie beide Funktionen explizit durch die Einführung der drei Längenskalen

$$b \equiv \frac{2k_B T \epsilon}{|\sigma| q_+}, \text{ Gouy-Chapman-Länge}$$
$$\lambda_D \equiv \left( \frac{2n_0 q_+^2}{\epsilon k_B T} \right)^{-\frac{1}{2}}, \text{ Debye-Hückel-Länge}$$
$$l \equiv \frac{q_+^2}{\epsilon k_B T}, \text{ Bjerrum-Länge}$$

aus.

|                         |  |
|-------------------------|--|
| <b>Vorlesung:</b>       | Mittwoch 12:00 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203<br>Freitag 08:00 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203  |
| <b>Klausur:</b>         | Mittwoch, 16. Februar 2011, von 12:00 – 14:00 Uhr im ER 270  |
| <b>Tutorien:</b>        | Mo 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash Azhand<br>Mo 12–14 Uhr in EW 731 bei Benjamin Regler<br>Di 08–10 Uhr in EW 731 bei Jan Techter<br>Di 10–12 Uhr in EW 731 bei Jan Techter<br>Di 12–14 Uhr in EW 731 bei Valentin Flunkert<br>Do 08–10 Uhr in EW 731 bei Philipp Zedler<br>Do 10–12 Uhr in EW 731 bei Benjamin Regler |
| <b>Sprechzeiten:</b>    | Mo 12–13 Uhr in EW 217 bei Benjamin Regler<br>Di 13–14 Uhr in EW 744 bei Tobias Brandes<br>Mi 11–12 Uhr in EW 217 bei Philipp Zedler<br>Do 11–12 Uhr in EW 217 bei Arash Azhand<br>Do 13–14 Uhr in EW 217 bei Valentin Flunkert<br>Fr 13–14 Uhr in EW 217 bei Jan Techter  |
| <b>Scheinkriterien:</b> | Mindestens 50% der Übungspunkte<br>Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium<br>Bestandene Klausur  |