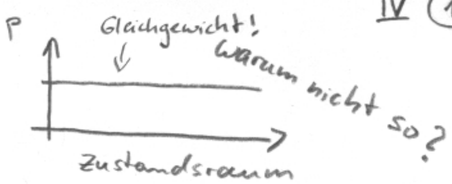
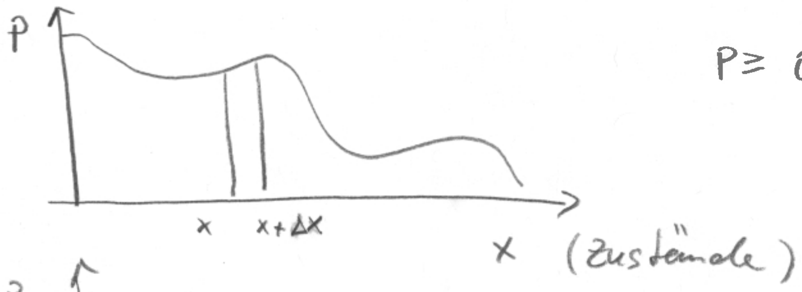
Wahrscheinlichkeitsverteilungen



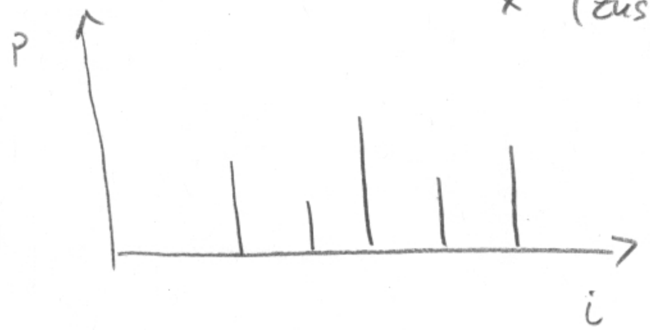
kontinuierlich



$$p \geq 0$$

$$\int p(x)\,dx = 1$$

diskret

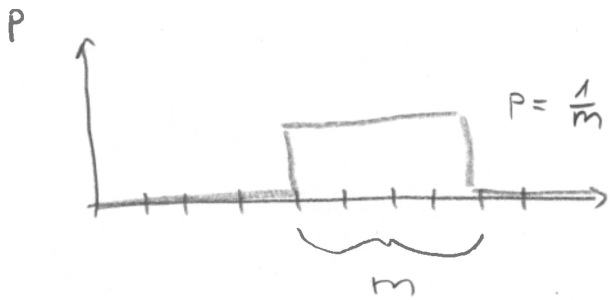


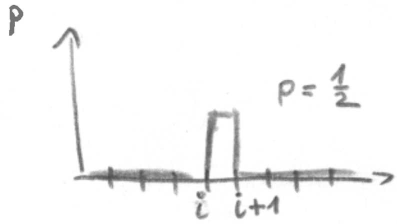
$$\sum p(i) = 1$$

Jede Größe F kann gemittelt werden

$$\langle F \rangle = \sum_i F(i)\,p(i)$$

Annahme: Ein System sei in m Zuständen, so folgt =>





Wie groß ist unsere Unkenntnis?

Je grösser m, desto größer unsere Unkenntnis.

So ist jede monotone Funktion von m ein Maß der Unkenntnis, zum Beispiel: log m.

$\tilde{H} = -\log_2 \frac{1}{m}$ (ad hoc)

Warum diese Funktion $H = -\log_2 \frac{1}{m}$?

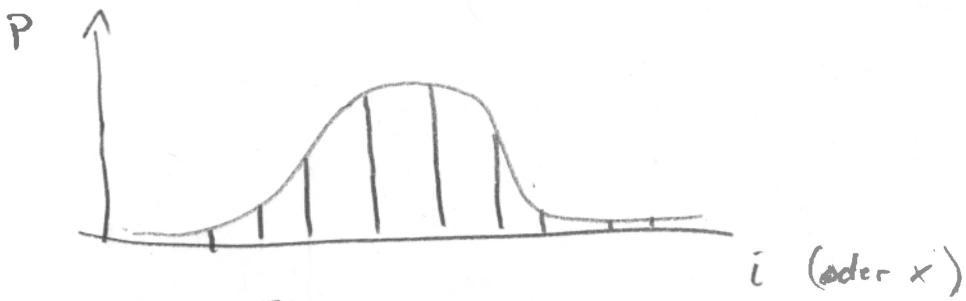
Additiv !

5 mal geworfen :

K Z Z Z K

2^n Konfigurationen

$$H = \log_2 2^n = n \log_2 2 = n$$

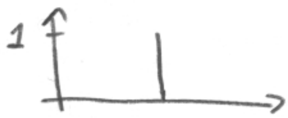


Shannon Entropie H

$$H = -\langle \log_2 p(i) \rangle = -\sum p(i) \log_2 p(i)$$

Vgl. Übung unfaire Münze

$$H(p) = -p \log_2(p) - (1-p) \log(1-p)$$

Sonderfall 

$$H = \log_2 1 = 0$$

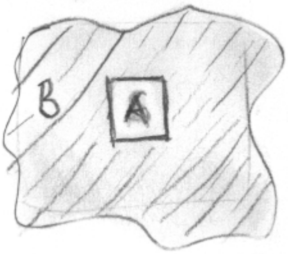
vollständige Information.

Thermodynamisches Gleichgewicht

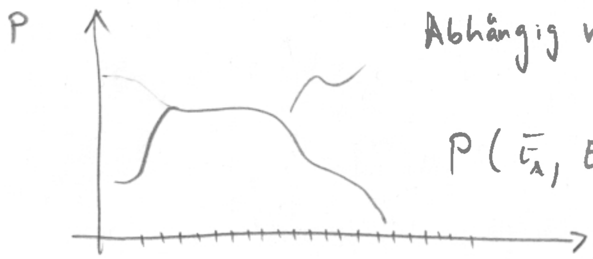
$\boxed{A}$?

Wärmegleichgewicht

A System
B Wärmebad } beide haben viele Freiheitsgrade



Energie von A+B ist konstant



Abhängig von $E_{tot} = \langle E_A \rangle + \langle E_B \rangle$

$P(E_A, E_{tot})$

gesamtenergie E_{tot} parametrisiert die Energiedichteverteilung

egal ob diskret oder kontinuierlich

E_A Energiezustände in A

aus $P_A = P(E_A, E_{tot}) \Rightarrow \langle E_A \rangle$ und $H_A = S_A = -\langle \log P_A \rangle$

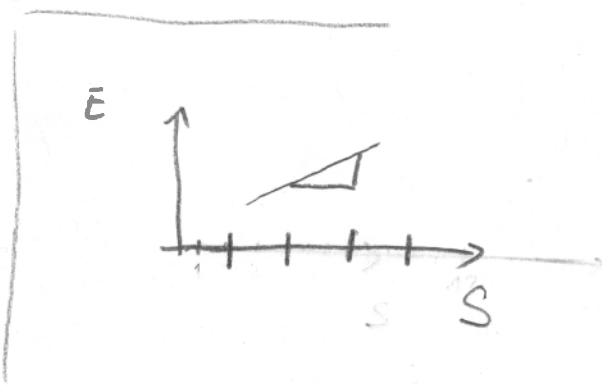
Achtung noch ohne k_B!

Wieviel Energie brauche ich um S um eine Einheit zu erhöhen?

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial S} = T}$$

$\langle E_A \rangle = E$

Index A ist weggefallen



Somit kann die Entropie S eingeführt werden

$$\boxed{S \equiv k_B \ln \Omega}$$

k_B ist eine positive Konstante (oft auch nur "k")

$$k_B = 1{,}38 \; 10^{-23} \frac{J}{K} = 8{,}617 \; 10^{-5} \frac{eV}{K}$$

Avogadro-Konstante $N_A = 6{,}022 \; 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$$\boxed{\langle E_{kin} \rangle = \frac{f}{2} kT}$$ $f \equiv$ Anzahl d. Freiheitsgrade

Kommt später

Die natürliche Definition wäre

$$S' = \ln \Omega$$ (vgl Shannon Entropie)

$\ln \rightarrow \log_2$

Einheit nit ← Einheit bit.

2. HS → $\boxed{dS \geq 0}$ wird einfach erklärbar.

Es sei Ω_i zugängliche Zustände einer GG-Situation mit Nebenbedingungen und Ω_f z. Z eines GG nach Beseitigung der NB.

$$\Omega_f \geq \Omega_i$$