

## 1. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie I

**Abgabe: Dienstag, den 09. November 2012** vor der Übung  
Ausgabe: Freitag, den 26. Oktober 2012

### Symmetrieeigenschaften von Tensoren I

Zeigen Sie, dass für einen Tensor  $T_{\alpha\beta\gamma}$  3. Stufe gilt:

- (i) Wenn  $T_{\alpha[\beta\gamma]} = 0$  und  $T_{(\alpha\beta)\gamma} = 0$  gilt, dann ist  $T_{\alpha\beta\gamma} = 0$ .
- (ii) Wenn  $T_{[\alpha\beta]\gamma} = 0$ , dann ist  $T_{(\alpha\beta\gamma)} = \frac{1}{3}(T_{\alpha\beta\gamma} + T_{\beta\gamma\alpha} + T_{\gamma\alpha\beta})$ .
- (iii) Wenn  $T_{(\alpha\beta)\gamma} = 0$ , dann ist  $T_{[\alpha\beta\gamma]} = \frac{1}{3}(T_{\alpha\beta\gamma} + T_{\beta\gamma\alpha} + T_{\gamma\alpha\beta})$ .

### Symmetrieeigenschaften von Tensoren unter Transformationen

Zeigen Sie unter Benutzung der Transformationsregel für Tensoren und der Definitionen des symmetrischen und antisymmetrischen Anteils eines Tensors  $T_{\alpha\beta}$ , dass der symmetrische Anteil und der antisymmetrische Anteil des transformierten Tensors  $T'_{\alpha\beta}$  nur Funktionen des jeweiligen Anteils des nicht-transformierten Tensors  $T_{\alpha\beta}$  sind.

### Symmetrien beim Überschieben

Zeigen Sie, dass stets gilt:

$$T_{\alpha\beta}G^{\alpha\beta} = T_{(\alpha\beta)}G^{(\alpha\beta)} + T_{[\alpha\beta]}G^{[\alpha\beta]}. \quad (1)$$

### Symmetrieeigenschaften von Tensoren II

- a) Es sei  $K_{\alpha\beta\gamma\delta}$  ein beliebiger Tensor 4. Stufe mit den Symmetrieeigenschaften  $K_{(\alpha\beta)\gamma\delta} = 0$ ,  $K_{\alpha\beta(\gamma\delta)} = 0$  und  $K_{\alpha\beta\gamma\delta} = -K_{\gamma\delta\alpha\beta}$ . Wieviele unabhängige Komponenten besitzt dieser Tensor im zweidimensionalen Raum und wie lauten diese.
- b) Zeigen Sie, dass für einen Tensor 4. Stufe gilt  $T_{\alpha[[\beta\gamma]\delta]} = T_{\alpha[\beta\gamma\delta]}$ .
- c) Zeigen Sie, dass für einen beliebigen Tensor 3. Stufe  $Y_{\alpha\beta\gamma}$  im allgemeinen **nicht** gilt  $Y_{\alpha\beta\gamma} = (Y_{(\alpha\beta\gamma)} + Y_{[\alpha\beta\gamma]})$ .

**Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!**

Sprechstunde: Nach Vereinbarung oder direkt nach der Übung.  
Falls es Fragen gibt, bin ich auch per Mail erreichbar:  
gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de