

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)  
Maximilian Schmitt (Sprechstunde: Do 10:00-11:00 in EW 708)

## 11. Übungsblatt – Statistische Physik

**Abgabe/Vorrechnen: Di. 22.01.2013 im Tutorium (10:15-11:45 H 0112)**

### **M** Aufgabe 30: Van-der-Waals-Gleichung

(a) Leiten Sie ausgehend von der Freien Energie

$$F(T, V, N) = -Nk_B T \left( 1 + \ln \left( \frac{V - Nb}{N\lambda^3} \right) \right) - \frac{aN^2}{V},$$

mit der thermischen Wellenlänge  $\lambda = \sqrt{\frac{h^2\beta}{2\pi m}}$ , die Van-der-Waals-Gleichung her:

$$\left( p + a \frac{N^2}{V^2} \right) (V - Nb) = Nk_B T. \quad (6.30)$$

(b) Berechnen Sie die innere Energie  $U$  sowie die Wärmekapazität  $c_V$  des Van-der-Waals-Gases.

(c) Bestimmen Sie die Temperatur  $T_c$ , den Druck  $p_c$  und das Volumen  $V_c$  am kritischen Punkt.

(d) Schreiben Sie die Van-der-Waals-Gleichung in reduzierten Variablen (z.B.  $p_r \equiv p/p_c$ ):

$$p_r = \frac{8}{3} \frac{T_r}{V_r - \frac{1}{3}} - \frac{3}{V_r^2}. \quad (6.31)$$

### **S** Aufgabe 31 (10 Punkte): Kritische Exponenten

Kritische Exponenten werden zur Beschreibung des Verhaltens eines physikalischen Systems in der Nähe des kritischen Punktes verwendet. Im Folgenden sollen die kritischen Exponenten des Van-der-Waals-Gases berechnet werden. Dazu ist es zweckmäßig, folgende relative Größen zu definieren:

$$\tau \equiv \frac{T - T_c}{T_c}, \quad \omega \equiv \frac{V - V_c}{V_c}, \quad \pi \equiv \frac{p - p_c}{p_c}.$$

Bestimmen Sie nun folgende kritische Exponenten  $\alpha, \beta, \gamma$  und  $\delta$  aus dem asymptotischen Verhalten bei Annäherung an den kritischen Punkt (d.h. asymptotisch für  $\tau \rightarrow 0, \omega \rightarrow 0$  und  $\pi \rightarrow 0$ ):

(a) Den Exponenten  $\alpha$  aus dem Verhalten der Wärmekapazität entlang der kritischen Isochoren ( $V = V_c$ ) mit  $T > T_c$ :

$$c_V \propto \tau^{-\alpha}.$$

(b) Den Exponenten  $\gamma$  aus dem Verhalten der isothermen Kompressibilität  $\kappa_T$  auf der kritischen Isochoren ( $V = V_c$ ) mit  $T > T_c$ :

$$\kappa_T \propto \tau^{-\gamma}.$$

(c) Den Exponenten  $\delta$  aus dem Verhalten des Druckes auf der kritischen Isothermen ( $T = T_c$ ):

$$\pi \propto \left| \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c} \right|^\delta \text{sign}(\rho - \rho_c),$$

wobei  $\rho = N/V$  und  $\rho_c = N/V_c$ .

(d) Den Exponenten  $\beta$  aus dem Dichteverhalten entlang der Koexistenzkurve zwischen flüssiger (f) und gasförmiger (g) Phase:

$$\rho_f - \rho_g \propto |\tau|^\beta.$$