Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 26. Oktober 2012
http://www.tu-berlin.de/?124064

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Maximilian Schmitt (Sprechstunde: Do 10:00-11:00 in EW 708)

# 2. Übungsblatt – Statistische Physik

**Abgabe/Vorrechnen: Di. 06.11.2012 im Tutorium (10:15-11:45 H 0112)**

## M **Aufgabe 5**: *Charakteristische Funktion*

Die Fouriertransformierte einer Verteilung $P(x)$ (bzw. den Erwartungswert $\langle e^{-ikx} \rangle$) nennt man charakteristische Funktion:

$$G(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{-ikx} P(x) \ . \tag{3.13}$$

Berechnen Sie $G(k)$ für

(a) die homogene Verteilung:

$$P_a(x) = \begin{cases} 1/2a, & -a < x < a \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} , \tag{3.27}$$

(b) die Exponentialverteilung:

$$P_\lambda(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} , \tag{3.28}$$

(c) die Normalverteilung

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{ -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \right\} . \tag{3.12}$$

(d) Mit Hilfe von $G(k)$ kann man die Momente berechnen:

$$\langle x^n \rangle = \frac{1}{(-i)^n} \left. \frac{d^n G(k)}{dk^n} \right|_{k=0} . \tag{3.14}$$

Berechnen Sie damit den Erwartungswert $\langle x \rangle$ und die Varianz $(\Delta x)^2$ der Normalverteilung (3.12).

## S **Aufgabe 6 (3 Punkte):** *Zentrale Momente der Normalverteilung*

Zeigen Sie, dass die zentralen Momente der Normalverteilung (3.12) gegeben sind durch

$$\langle (x-x_0)^n \rangle = \begin{cases} \sigma^n (n-1)!!, & \text{n gerade} \\ 0, & \text{n ungerade} \end{cases} .$$

Berechnen Sie damit die ersten vier Momente und Kumulanten.

**S** **Aufgabe 7 (3 Punkte):** *Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Observablen*
Gegeben sei eine Verteilung $P(x)$. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(f)$ einer Observablen $f(x)$ gegeben ist durch

$$P(f) = \langle \delta(f(x) - f) \rangle. \tag{3.8}$$

**S** **Aufgabe 8 (4 Punkte):** *Poisson-Verteilung als Grenzverteilung der Binomialverteilung*
Die diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P_{p,n}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \,, \tag{3.21}$$

heißt Binomialverteilung. Sie ist wie folgt zu verstehen. Sie $p$ die Erfolgswahrscheinlichkeit bei einem Versuch. $P_{p,n}(k)$ ist dann die Wahrscheinlichkeit, bei $n$ Versuchen genau $k$ Erfolge zu erzielen. Zeigen Sie, dass man für $\lambda \equiv pn = \langle k \rangle = konst.$ im Grenzfall $n \to \infty$ die Poisson-Verteilung erhält:

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \,. \tag{3.26}$$