Prof. Dr. Tobias Brandes
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Andrea Vüllings M.Sc., Dipl.-Phys. Ken Lichtner
Emely Wiegand B.Sc., Christian Frässdorf B.Sc.

3. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mo. 12.11.2012 bis 11:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 7 (7 Punkte): *Biot-Savart'sches Gesetz, Helmholtz-Spule*

a) Berechnen Sie mit Hilfe des BIOT-SAVART'SCHEN Gesetzes das Magnetfeld eines dünnen kreisförmigen Drahtrings vom Radius R, der von einem stationären Strom I durchflossen wird. Gehen Sie folgendermaßen vor:

- Leiten Sie in Zylinderkoordinaten einen Integralausdruck für die Horizontal- und die Vertikalkomponente des Magnetfeldes ab.
- Rechnen Sie das Integral auf der Symmetrieachse exakt aus.

b) Betrachten Sie nun zwei gleiche Drahtringe, die parallel zueinander im Abstand d angebracht sind. Wie groß muss der Abstand d gewählt werden, damit das Magnetfeld auf der Symmetrieachse des Systems zwischen den Ringen möglichst homogen ist? *Hinweis:* Es ist sinnvoll die magnetische Induktion längs der Symmetrieachse um den Mittelpunkt der Anordnung in eine Taylorreihe zu entwickeln.

Aufgabe 8 (7 Punkte): *Mikroskopische Dipolmomente*
In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die elektrischen und magnetischen Dipolpotentiale

$$\phi_{\text{dipol}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathbf{d}\cdot\mathbf{r}}{r^3}, \quad \mathbf{A}_{\text{dipol}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\boldsymbol{\mu}\times\mathbf{r}}{r^3}, \quad (r = |\mathbf{r}| \neq 0)$$

jeweils durch die am Ursprung lokalisierten Ladungs- und Stromdichten

$$\rho_{\mathbf{d}}(\mathbf{r}) = -\mathbf{d}\cdot\nabla\delta^{(3)}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{j}_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\mu}\times\nabla\delta^{(3)}(\mathbf{r})$$

erzeugt werden.

a) Zeigen Sie, dass $\rho_{\mathbf{d}}(\mathbf{r})$ der Grenzwert einer Ladungsdichte ist, die einen Dipol $\mathbf{d} = q\mathbf{a}$ aus zwei Punktladungen $\pm q$ an den Orten $\pm a/2$ für $|a| \to 0$, $q \to \infty$ (mit $\mathbf{d}$ konstant) beschreibt.

b) Zeigen Sie, dass $\mathbf{j}_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r})$ der Grenzwert einer Stromdichte auf einer ringförmigen Kurve C mit Strom I und Radius R senkrecht zu $\boldsymbol{\mu}$ ist.

- Beweisen Sie zunächst die Darstellung

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{I}{2}\int_C \mathbf{r}\times d\mathbf{r}$$

  für das magnetisches Dipolmoment eines Stromfadens.
- Benutzen Sie weiterhin die Darstellung

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = I\int_C d\mathbf{r}'\delta^{(3)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

  um $\lim_{R\to 0}\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r})$ zu zeigen. Parametrisieren Sie hierzu den Ring C mit Polarkoordinaten in der Ebene senkrecht zu $\boldsymbol{\mu}$ mit den Basisvektoren $\mathbf{e}_r$ und $\mathbf{e}_\phi$.

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe 9 (6 Punkte): *Magnetisches Moment einer rotierenden Kugel*
Betrachten Sie eine homogen geladene Vollkugel mit Radius R und Ladung Q, die um die z-Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert.

a) Geben Sie die Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ innerhalb der Kugel an und verwenden Sie den Ausdruck

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2}\int_v d^3r\; \mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})$$

um zu zeigen, dass das magnetische Moment der Kugel gegeben ist durch $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\omega}\frac{R^2Q}{5}$.

b) Drücken Sie das magnetische Moment durch den Drehimpuls L der Kugel aus. In der Quantenmechanik nimmt der Drehimpuls diskrete Werte an $L = \hbar l$, wobei l eine dimensionslose Zahl ist. Es gilt dann

$$\mu = \mu_0 g l,$$

wobei $\mu_0 = Q\hbar/(2m)$ das Magneton des Teilchens und g der gyromagnetische Faktor ist. Bestimmen Sie den gyromagnetischen Faktor der Kugel.

Vorlesung:	Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203 Freitag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
Klausur:	Mittwoch, 8. Februar 2013, von 08:00 – 10:00 Uhr im EW 203
Tutorien:	Mo 10–12 Uhr in ER 164 bei Christian Di 10–12 Uhr in EB 417 bei Emely Di 12–14 Uhr in EW 731 bei Emely Mi 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Mi 10–12 Uhr in EW 182 bei Christian Do 08–10 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Do 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken
Sprechzeiten:	Mo 15–16 Uhr in EW 060 bei Emely Mi 15–16 Uhr in EW 632 bei Andrea Do 15–16 Uhr in EW 627 bei Arash Fr 11–12 Uhr in EW 266 bei Ken
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bestandene Klausur