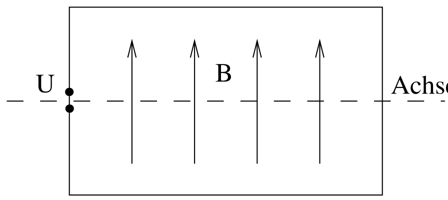
Prof. Dr. Tobias Brandes
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Andrea Vüllings M.Sc., Dipl.-Phys. Ken Lichtner
Emely Wiegand B.Sc., Christian Frässdorf B.Sc.

4. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mo. 19.11.2012 bis 11:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 10 (5 Punkte): *Leiterschleife im Magnetfeld*
Eine rechteckige Leiterschleife rotiere in einem homogenen Magnetfeld B mit der Winkelgeschwindigkeit w.



a) Berechnen Sie die induzierte Spannung U in Abhängigkeit von der Zeit.

b) Die Leiterschleife sei quadratisch mit einer Seitenlänge von 10cm und bewege sich mit 10 Umdrehungen pro Sekunde. Wie stark muss das Magnetfeld sein, damit die maximal induzierte Spannung $1V$ beträgt? Ist das viel? Was ließe sich an der Apparatur verbessen, wenn effizient Strom produziert werden soll?

c) Geben Sie für den beschriebenen Aufbau das Verhältnis zwischen Strom und Verschiebestrom an. Hierzu genügt es, eine einzige Gleichung zu erklären.

Aufgabe 11 (12 Punkte): *Greensche Funktion einer schwingenden Saite*
Wir definieren eine Greensche Funktion

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t - t') \equiv \sum_n \phi_n(\mathbf{x})\phi_n^*(\mathbf{x}') \frac{\sin\left[\sqrt{\lambda_n}(t - t')\right]}{\sqrt{\lambda_n}} \tag{1}$$

zur Wellengleichung $\ddot{\Phi}(\mathbf{x}, t) + L_x\Phi(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t)$, wobei wieder $\phi_n(x)$ ein vollständiges System von Eingenfunktionen von L_x zu den Eigenwerten λ_n ist.

a) Zeigen Sie, dass die retardierte Greensche Funktion $G_{ret}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t-t') \equiv G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t-t')\theta(t-t')$ tatsächlich die Definitionsgleichung

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + L_{\mathbf{x}}\right) G_{ret}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t - t') = \delta(t - t')\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad G_{ret}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t - t' < 0) = 0$$

zur Wellengleichung erfüllt.

b) Zeigen Sie, dass sich die Lösung des Anfangswertproblems der homogenen Wellengleichung

$$\ddot{\Phi}(\mathbf{x}, t) + L_{\mathbf{x}}\Phi(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \Phi(\mathbf{x}, t_0) = \Phi_0(\mathbf{x}), \quad \dot{\Phi}(\mathbf{x}, t_0) = \Psi_0(\mathbf{x})$$

schreiben lässt als

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \int d^3\mathbf{x}' \frac{d}{dt} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t - t')\Phi_0(\mathbf{x}') + \int d^3\mathbf{x}' G(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; t - t')\Psi_0(\mathbf{x}').$$

c) Konstruieren Sie die Greensche Funktion $G(x, x'; t - t')$ für die Gleichung der schwingenden Saite $\ddot{\Phi}(x, t) - \frac{d^2}{dx^2}\Phi(x, t) = 0$ (eine Dimension, Intervall $V = [0, L]$, Randbedingung $\Phi(0, t) = \Phi(L, t) = 0$). Lösen Sie damit das (einfache) Anfangswertproblem $\Phi(x, 0) = \alpha \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$, $\dot{\Phi}(x, 0) = 0$. Diskutieren Sie den Zusammenhang mit der Theorie der Fourierreihen.

Bitte Rückseite beachten!⟶

Aufgabe 12 (3 Punkte): *Greensche Funktion in einer und in zwei Dimensionen*
Die Greensche Funktion kann mit Hilfe von Gleichung (1) berechnet werden, wobei wir ohne spezielle Randbedingungen in einem D-dimensionalen System als Eigenfunktionen $\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}}{(2\pi)^D}$ verwenden können. Berechnen Sie die Greensche Funktion für eine und für zwei Dimensionen, indem Sie das jeweilige Integral ausführen.

Vorlesung:	Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203 Freitag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
Klausur:	Mittwoch, 8. Februar 2013, von 08:00 – 10:00 Uhr im EW 203
Tutorien:	Mo 12–14 Uhr in EW 731 bei Christian Di 10–12 Uhr in EB 417 bei Emely Di 12–14 Uhr in EW 731 bei Emely Mi 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Mi 10–12 Uhr in EW 246 bei Christian Do 08–10 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Do 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken
Sprechzeiten:	Mo 15–16 Uhr in EW 060 bei Emely Mi 15–16 Uhr in EW 632 bei Andrea Do 15–16 Uhr in EW 627 bei Arash Fr 11–12 Uhr in EW 266 bei Ken
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bestandene Klausur