Prof. Dr. Tobias Brandes
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Andrea Vüllings M.Sc., Dipl.-Phys. Ken Lichtner
Emely Wiegand B.Sc., Christian Frässdorf B.Sc.

6. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mo. 03.12.2012 bis 11:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 16 (7 Punkte): *Liénard-Wiechert-Potentiale*

In der Vorlesung wurden die Liénard-Wiechert-Potentiale hergeleitet:

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{||\mathbf{R}| - \dot{\mathbf{r}}_0(t_0)\cdot\mathbf{R}/c|},$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{q\mu_0\dot{\mathbf{r}}_0(t_0)}{4\pi} \cdot \frac{1}{||\mathbf{R}| - \dot{\mathbf{r}}_0(t_0)\cdot\mathbf{R}/c|},$$

wobei $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t_0)$ ist und die Zeit t_0 implizit gegeben ist durch

$$\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t_0)|}{c} - (t - t_0) = 0.$$

Betrachten Sie den Fall einer Punktladung, die sich mit einer konstanten Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{v}$ bewegt. Das Koordinatensystem sei so gewählt, dass das Teilchen zur Zeit $t = 0$ im Ursprung ist. Berechnen Sie die Potentiale und das $\mathbf{E}$-Feld für diesen Fall. Vorgehensweise:

(i) Geben Sie $\mathbf{r}_0(t)$ an und berechnen sie die Zeit t_0 aus der impliziten Gleichung. Dabei ist eine quadratische Gleichung zu lösen. Behalten Sie hier nur die Lösung, die die Kausalität erfüllt (Tipp: Setzen Sie zum Test $\mathbf{v} = 0$ ein).

(ii) Zeigen Sie, dass sich damit die Potentiale schreiben lassen als

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 w\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}}, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \frac{q\mu_0\mathbf{v}}{4\pi w\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\sin^2\theta}},$$

wobei $\mathbf{w} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$ (zum nicht retardierten Zeitpunkt), $w = |\mathbf{w}|$ und θ der Winkel zwischen $\mathbf{w}$ und $\mathbf{v}$ ist.

Bonus: Zeigen Sie, dass sich aus $\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \partial_t\mathbf{A}$ das folgende $\mathbf{E}$-Feld ergibt:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1 - v^2/c^2}{(1 - (v^2/c^2)\sin^2\theta)^{3/2}} \cdot \frac{\mathbf{w}}{w^3}.$$

Aufgabe 17 (7 Punkte): *Elliptische Polarisation*

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die E_x und E_y Komponenten des elektrischen Feldes einer ebenen Welle die Ellipsen-Gleichung

$$\left(\frac{E_x}{E_1} + \frac{E_y}{E_2}\right)^2 \frac{1}{4\cos^2\delta} + \left(\frac{E_x}{E_1} - \frac{E_y}{E_2}\right)^2 \frac{1}{4\sin^2\delta} = 1$$

erfüllen. Verwenden Sie die Parametrisierung $E_1 = E\cos\theta$, $E_2 = E\sin\theta$ und bringen Sie die Gleichung auf die Form

$$(E_x\,E_y)\begin{pmatrix} A & C \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = 1,$$

d.h. bestimmen Sie die Koeffizienten der Matrix. Berechnen Sie nun die zwei Eigenwerte der Matrix. Diese entsprechen den Hauptachsen der Polarisationselipse. Mathematica darf verwendet werden (Code mit abgeben!).

Bitte Rückseite beachten!$\longrightarrow$

6. Übung TPIII WS12/13

Aufgabe 18 (6 Punkte): *Punktladung im Dielektrikum*
Eine Punktladung q befinde sich am Ort $\mathbf{d} = (0, 0, d)$. Im Bereich $z > 0$ sei der Raum mit einem Dielektrikum ϵ_1 gefüllt und im Bereich $z < 0$ mit einem Dielektrikum ϵ_2. Zur Berechnung des $\mathbf{E}$-Feldes in den beiden Bereichen wird die Methode der Bildladungen benutzt. Skizzieren Sie zunächst die beschriebene Situation.

1. Wir benutzen den folgenden Ansatz für das $\mathbf{E}$-Feld:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_1}\frac{\mathbf{r}-\mathbf{d}}{|\mathbf{r}-\mathbf{d}|^3} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0\epsilon_1}\frac{\mathbf{r}+\mathbf{d}}{|\mathbf{r}+\mathbf{d}|^3} & \text{für } z > 0 \\ \mathbf{E}^{(2)}(\mathbf{r}) = \frac{q''}{4\pi\epsilon_0\epsilon_2}\frac{\mathbf{r}-\mathbf{d}}{|\mathbf{r}-\mathbf{d}|^3} & \text{für } z < 0, \end{cases}$$

   wobei q' und q'' die Bildladungen sind. Erklären Sie, warum der Ansatz für die jeweiligen Teilbereiche eine Lösung der Maxwellgleichungen ist.

2. Berechnen Sie q' und q'' indem Sie die Stetigkeitsbedingungen für das $\mathbf{E}$- und $\mathbf{D}$-Feld bei $z = 0$ ausnutzen.

3. Plotten Sie die Feldlinien für die beiden Fälle (i) $\epsilon_2 > \epsilon_1$ und (ii) $\epsilon_2 < \epsilon_1$.

Vorlesung:	Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203 Freitag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
Klausur:	Mittwoch, 8. Februar 2013, von 08:00 – 10:00 Uhr im EW 203
Tutorien:	Mo 10–12 Uhr in ER 164 bei Christian Di 10–12 Uhr in EB 417 bei Emely Di 12–14 Uhr in EW 731 bei Emely Mi 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Mi 10–12 Uhr in EW 182 bei Christian Do 08–10 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Do 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken
Sprechzeiten:	Mo 15–16 Uhr in EW 060 bei Emely Mi 15–16 Uhr in EW 632 bei Andrea Do 15–16 Uhr in EW 627 bei Arash Fr 11–12 Uhr in EW 266 bei Ken
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bestandene Klausur