Prof. Dr. Tobias Brandes
Dipl.-Phys. Arash Azhand, Andrea Vüllings M.Sc., Dipl.-Phys. Ken Lichtner
Emely Wiegand B.Sc., Christian Frässdorf B.Sc.

8. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mo. 17.12.2012 bis 11:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 22 (10 Punkte): *Ladungsdichteänderung und Polarisation*
Die Kapitel 4.1.7 bis 4.1.9 im Skript zur Vorlesung behandeln die Theorie der linearen Antwort und ihre Anwendung auf die Elektrodynamik in Materie. Diese Aufgabe soll die dort behandelten Konzepte veranschaulichen.

(a) Berechnen Sie die Ladungsdichteänderung $\delta\rho(\mathbf{r})$ eines Systems von Ladungen in drei Dimensionen bei Abschirmung einer punktförmigen Ladung Q gemäß dem Yukawa- Potential. *Hinweis:* Benutzen Sie die lineare Beziehung zwischen $V_{ext}(q)$ und $\delta\rho(q)$ mit der Dichte-Responsefunktion in der mit dem Yukawa-Modell verträglichen Mean-Field-Näherung.

(b) Diskutieren Sie die Bedeutung der Abschirmlänge κ^{-1}. Wie gross ist die über den gesamten $\mathbb{R}^3$ integrierte Ladungsdichteänderung, d.h. gilt in diesem Modell Ladungserhaltung?

(c) Wir nehmen an, dass die Ladungsdichteänderung $\delta\rho(\mathbf{r})$ aus Teil (a) durch mikroskopische induzierte Dipole erzeugt wird. Berechnen Sie die zugehörige longitudinale Polarisation $P_l(\mathbf{r})$ im Ortsraum.

Aufgabe 23 (10 Punkte): *Poisson-Boltzmann-Gleichung II*
Bereits auf dem zweiten Übungsblatt wurde die Poisson-Boltzmann-Gleichung

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{\epsilon_0}\sum_{\alpha=1}^{M} q_\alpha n_{0,\alpha} e^{-\beta q_\alpha \Phi(\boldsymbol{r})}.$$

behandelt. Dort wurde der Fall $M = 1$, d.h. einer Sorte von positiven Gegen-Ionen mit Ladung q_+ im Halbraum $z > 0$, die eine konstante, homogene negative Flächenladungsdichte σ auf der Randfläche $z = 0$ insgesamt elektrisch kompensieren, betrachtet. Hier soll nun der Fall $M = 2$ betrachtet werden.

(a) Leiten Sie die Poisson-Boltzmann-Gleichung

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = \frac{2}{\epsilon_0} e n_0 \sinh\left(\frac{e\Phi(\mathbf{r})}{k_B T}\right)$$

für ein System von Punktladungen $\pm e$ mit den Dichten $n_\pm(\mathbf{r})$ her.
Hinweis: $n_\pm(\mathbf{r}) = n_{0,\alpha} e^{-\beta q_\alpha \Phi(\boldsymbol{r})}$ ist eine "barometrische Höhenformel", während $n_{0,\alpha} = n_0$ ($\alpha = 1 = +$ und $\alpha = 2 = -$) die Verteilung bei Potential Null sein soll.

(b) Linearisieren Sie die Poisson-Boltzmann-Gleichung in $\Phi(\mathbf{r})$ und lösen Sie die Gleichung für den Halbraum $z > 0$, wenn sich bei $z = 0$ eine mit einer Flächenladungsdichte $\sigma < 0$ geladene Wand befindet. Für das elektrische Feld soll $E(z < 0) = 0$ und $E(z = \infty) = 0$ gelten. weiterhin für das Potential $\Phi(z = \infty) = 0$. Zeigen Sie, dass das Potential der Wand exponentiell abgeschirmt wird, und berechnen Sie die entsprechende Abschirmlänge.

Vorlesung:	Mittwoch 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203 Freitag 08:15 Uhr – 09:45 Uhr im EW 203
Klausur:	Mittwoch, 8. Februar 2013, von 08:00 – 10:00 Uhr im EW 203
Tutorien:	Mo 10–12 Uhr in ER 164 bei Christian Di 10–12 Uhr in EB 417 bei Emely Di 12–14 Uhr in EW 731 bei Emely Mi 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Mi 10–12 Uhr in EW 246 bei Christian Do 08–10 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken Do 10–12 Uhr in EW 731 bei Arash/Andrea/Ken
Sprechzeiten:	Mo 15–16 Uhr in EW 060 bei Emely Mi 15–16 Uhr in EW 632 bei Andrea Mi 15–16 Uhr in EW 060 bei Christian Do 15–16 Uhr in EW 627 bei Arash Fr 11–12 Uhr in EW 266 bei Ken
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bestandene Klausur