Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 14. Januar 2014
http://www.tu-berlin.de/?137713

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Maximilian Schmitt (Sprechstunde: Mo 14:00-15:00 in EW 708)

12. Übungsblatt – Biologische Physik

Abgabe/Vorrechnen: Mi. 22.01.2014 in der Übung

S Aufgabe 37 (10 Punkte): *Polymer-Streckung*

Wir betrachten als Polymer-Modell eine Kette von N beliebig orientierten Monomeren mit fester Länge L. Sei $\mathbf{t}_i$ der Einheitsvektor in Richtung des i-ten Kettensegments. Der End-zu-End-Vektor ist dann $\mathbf{r} = L\sum_{i=1}^{N} \mathbf{t}_i$. Die Richtungen $\mathbf{t}_i$ seien unabhängig voneinander.
Wirkt auf das Polymer eine äußere Kraft in z-Richtung, so wird $\mathbf{r}$ ebenfalls in z-Richtung weisen. Folglich ist der End-zu-End-Abstand $z = \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_z$. Bei einer konstanten äußeren Kraft f ist die im gestreckten Polymer gespeicherte Energie $E = -fz$. Die Wahrscheinlichkeit, das Polymer bei Temperatur T in einer bestimmten Konfiguration $\{\mathbf{t}_1, \ldots, \mathbf{t}_N\}$ vorzufinden, ist gegeben durch die entsprechende Boltzmann-Verteilung.

(a) Bestimmen Sie den mittleren End-zu-End-Abstand $\langle z \rangle$ in Abhängigkeit von der Kraft f. An welches andere physikalische System erinnert das Ergebnis?

(b) Diskutieren Sie die Grenzfälle sehr kleiner und sehr großer Kraft f.

M Aufgabe 38: *Gummielastizität*

Im Folgenden sollen die thermodynamischen und mechanischen Eigenschaften von Gummi untersucht werden. Dazu untersuchen wir in einem ersten Schritt ein Polymer mit einem Ende im Koordinatenursprung und einem Ende am Ort $\mathbf{r}$. Um die Wahrscheinlichkeit dieser Konfiguration zu berechnen kann man eine Analogie zur Diffusion herstellen (s. Aufgabe 34). Nehmen Sie dabei an, dass $\langle r^2 \rangle = r_0^2$. Der Wert r_0^2 charakterisiert den ungespannten Zustand des Polymers, also seine wahrscheinlichste Form.

(a) Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(r, r_0)$ für den Abstand der beiden Polymerenden? Berechnen Sie die Entropie S und damit die Freie Energie $F = F_0 + \tilde{F}(r)$ des Polymers (F_0 beinhaltet Konstanten).

(b) Betrachten Sie nun eine Deformation $x = \alpha_1 x_0$, $y = \alpha_2 y_0$, $z = \alpha_3 z_0$ (mit $x^2+y^2+z^2 = r^2$ und $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = r_0^2$) des Polymers und berechnen Sie die Änderung der Freien Energie aufgrund dieser Deformation. Hinweis: Nehmen Sie Isotropie an: $x_0 = y_0 = z_0$.

(c) Ein Gummiquader, der aus N Polymermolekülen besteht und dessen Volumen V konstant bleibt, wird nun entlang der x-Achse deformiert. Wie lautet die Kraft als Funktion der Deformation α_1? Berechnen Sie die Federkonstante von Gummi.