

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)  
Maximilian Schmitt (Sprechstunde: Mo 14:00-15:00 in EW 708)

## 14. Übungsblatt – Biologische Physik

**Abgabe/Vorrechnen: Mi. 05.02.2014 in der Übung**

### Zum Schein:

Dies ist der letzte Übungszettel. Es gibt damit insg. 140 **S**-Punkte und 44 **M**-Punkte. Für den Übungsschein benötigt man also 70 **S**-Punkte und 22 **M**-Punkte.

### **S** Aufgabe 42 (10 Punkte): *Allgemeine Ratsche*

Wir betrachten die Ratsche im allgemeinen Fall für verschiedene Größenverhältnisse von Energiebarriere  $\epsilon$ , mechanischer Arbeit  $fL$  und thermischer Energie  $k_B T$ .

- (a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Lösung der stationären Smoluchowski-Gleichung im Intervall  $x \in (0, L)$  die Form

$$P(x) = A \left( B e^{-fx/k_B T} - 1 \right)$$

mit (zunächst) beliebigen Koeffizienten  $A$  und  $B$  besitzt.

- (b) Zeigen Sie, dass das Produkt  $P(x)e^{U(x)/k_B T}$  bei  $x = L$  stetig ist, obwohl die Verteilung  $P(x)$  selbst nicht stetig ist. Betrachten Sie hierzu  $\int_{L-\xi}^{L+\xi} dx j(x)e^{U(x)/k_B T}$  im Grenzfall  $\xi \rightarrow 0$ .
- (c) Bestimmen Sie den Koeffizienten  $B$  mit Hilfe von Teil b) inkl. Periodizität  $P(L+\xi) = P(\xi)$  und den Faktor  $A$  aus der Normierung  $N \int_0^L dx P(x) = 1$ .

$$\text{Zwischenergebnis: } A = \frac{\beta f L}{NL} \left[ \frac{(1 - e^{-\beta f L})(1 - e^{-\beta \epsilon})}{e^{-\beta f L} - e^{-\beta \epsilon}} - \beta f L \right]^{-1} \quad (\beta = 1/k_B T)$$

- (d) Berechnen Sie die mittlere Ratschengeschwindigkeit  $\langle v \rangle$  und diskutieren Sie die Fälle  $f \approx \epsilon/L$  (nur Vorzeichen von  $\langle v \rangle$ ),  $f \rightarrow 0$ ,  $\epsilon \gg k_B T$  und  $\epsilon \gg fL \gg k_B T$ .

### **M** Aufgabe 43: *Elektroosmose*

Berechnen Sie die Ionenkonzentrationen  $c_{2,\text{Na}^+}$ ,  $c_{2,\text{K}^+}$  und  $c_{2,\text{Cl}^-}$  im Inneren einer Zelle und das Membran-Potential  $\Delta V$  im Donnan-Gleichgewicht bei Raumtemperatur. Die Konzentrationen außerhalb der Zelle seien dabei  $c_{1,\text{Na}^+} = 140$  mM,  $c_{1,\text{K}^+} = 10$  mM und  $c_{1,\text{Cl}^-} = 150$  mM. Die Ladungsdichte der Makroionen im Inneren betrage  $\rho_{\text{macro}} = -125e$  mM.

### **M** Aufgabe 44: *Ionenpumpe*

In der Vorlesung wurde eine Abschätzung für das tatsächliche Membranpotential  $\Delta V$  angegeben [Gl. (11.12)] für den Fall, dass die Ionen  $\text{Na}^+$  und  $\text{K}^+$  aktiv gepumpt werden. Leiten Sie diese Beziehung her, und verwenden Sie zur Berechnung von  $\Delta V$  die Werte aus der Vorlesung.

### **M** Aufgabe 45: *Ionenleitfähigkeit*

Zeigen Sie, wie die Leitfähigkeit  $g_i$  einer Ionenspezies im Ohm'schen Gesetz [Vorlesung, Gl. (11.5)] mit der Permeabilität  $\mathcal{P}_i$  der Membran zusammenhängt. Die Konzentrationen innerhalb und außerhalb der Zelle seien dazu ungefähr gleich groß ( $c_{1,i} \approx c_{2,i}$ ).