Prof. Dr. Sabine Klapp
Mathias Hayn, Maria Zeitz, Christian Fräßdorf, Hagen-Henrik Kowalski, Kilian Kuhla

2. Übungsblatt – Elektrodynamik

Abgabe: Mo. 04. 11. 2013 bis 11:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an!

Aufgabe 4 (3+2+2=7 Punkte): *Green'scher Satz*

(a) Beweisen Sie die erste Green'sche Identität:

$$\int_V \mathrm{d}V(\Phi(\mathbf{r})\Delta\Psi(\mathbf{r}) + \nabla\Psi(\mathbf{r})\nabla\Phi(\mathbf{r})) = \oint_{\partial V} \Phi(\mathbf{r})\frac{\partial\Psi(\mathbf{r})}{\partial n}\mathrm{d}F. \tag{1}$$

Hierbei ist $\partial\Psi(\mathbf{r})/\partial n$ die Normalenableitung.

Tipp: $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r})\nabla\Psi(\mathbf{r})$ und ein bekannter Integralsatz können helfen.

(b) Zwei skalare Felder $\Phi_1(\mathbf{r})$ und $\Phi_2(\mathbf{r})$ erfüllen beide die Poisson-Gleichung

$$\Delta\Phi_1(\mathbf{r}) = \Delta\Phi_2(\mathbf{r}) = \frac{-\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0}. \tag{2}$$

Auf der Oberfläche ∂V gelte $\Phi_1(\mathbf{r}) = \Phi_2(\mathbf{r})$ (vgl. Dirichlet Randbedingung). Zeigen Sie, dass dann $\Phi_1(\mathbf{r}) = \Phi_2(\mathbf{r})$ überall in V gilt.

Tipp: Benutzen Sie die Green'sche Identität aus Aufgabenteil (a) für das skalare Feld $\Phi_1(\mathbf{r}) - \Phi_2(\mathbf{r})$.

(c) Beweisen Sie die zweite Green'sche Identität:

$$\int_V \mathrm{d}V(\Phi(\mathbf{r})\Delta\Psi(\mathbf{r}) - \Psi(\mathbf{r})\Delta\Phi(\mathbf{r})) = \oint_{\partial V} \left(\Phi(\mathbf{r})\frac{\partial\Psi(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi(\mathbf{r})\frac{\partial\Phi(\mathbf{r})}{\partial n}\right)\mathrm{d}F. \tag{3}$$

Aufgabe 5 (2+3=5 Punkte): *Elektrischer Dipol*

Eine Anordnung aus zwei identischen Punktladungen,

$$\varrho(\mathbf{r}) = q\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{a}) - q\,\delta(\mathbf{r}+\mathbf{a}), \tag{4}$$

wird als elektrischer Dipol bezeichnet. Dabei ist $\mathbf{a} = a\,\mathbf{e}_x, a = konst.$

(a) Wie sieht das elektrostatische Potential $\Phi(\mathbf{r})$ der Ladungsverteilung $\varrho(\mathbf{r})$ aus? Zeigen Sie, dass die Energie eines Dipols in einem konstanten äußeren elektrischen Feld $\mathbf{E}$ durch $-2\,q\,\mathbf{a}\cdot\mathbf{E}$ gegeben ist. Welche Energie ist erforderlich, um eine Teilchen mit der Ladung Q in Anwesenheit eines Dipols aus dem Unendlichen in den Koordinatenursprung zu bringen?

(b) Entwickeln Sie nun Ihren Ausdruck für $\Phi(\mathbf{r})$ aus (a) in eine Taylor-Reihe, wobei Sie diese im Grenzfall $a \ll |\mathbf{r}|$ nach der ersten Ordnung in a abbrechen können. Zeichnen Sie zuletzt die Äquipotentialflächen des elektrostatischen Potentials dieses Punktdipols.

Aufgabe 6 (3+4+1=8 Punkte): *Unendlich ausgedehnter Plattenkondensator*
Zwei unendlich ausgedehnte, beliebig dünne und zueinander parallele Platten besitzen eine homogen verteilte Flächenladungsdichte σ_0 und $-\sigma_0$ und den Abstand d. Eine der beiden Platten liegt in der x-y-Ebene und die andere befindet sich bei $z = d$.

(a) Berechnen Sie mithilfe des Gauß'schen Gesetzes das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ und das daraus resultierende Potential $\Phi(\mathbf{r})$ zunächst für **eine** Platte in der x-y-Ebene mit $\sigma = \sigma_0$. Sind das elektrische Feld $\mathbf{E}$ und das Potential Φ an der Grenzfläche stetig?

(b) Berechnen Sie nun $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ und $\Phi(\mathbf{r})$ für die oben beschriebene Anordnung zweier Platten. Wie verhalten sich das elektrische Feld und das Potential nun an den Grenzflächen? Skizzieren Sie außerdem die z-Komponente des elektrischen Feldes $E_z(z)$ sowie das Potential $\Phi(z)$ als Funktion von z.

(c) Was geschieht für den Grenzfall $d \to 0$ unter der Bedingung $D = d\sigma_0 = \text{const.}$? Bleibt das daraus resultierende Potential bei $z = 0$ stetig? (Keine Rechnung, nur physikalische Begründung)

Vorlesung:
Mittwoch, 12 Uhr – 14 Uhr in EW 203,
Freitag, 8 Uhr – 10 Uhr in EW 203.

Website:
http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201314/pflichtveranstaltungen_-_bachelorstudium/theoretische_physik_iii_elektrodynamik/

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte
- Regelmäßige und aktive Teilnahme (mind. einmal Vorrechnen) an den Tutorien
- Bestandene Klausur

Literatur zur Lehrveranstaltung:

- R. Feynman: „Feynman Lectures in Physics", Bd. 2 (Oldenbourg)
- T. Fließbach: „Elektrodynamik" (Spektrum)
- J. D. Jackson: „Klassische Elektrodynamik" (de Gruyter)
- W. Nolting: „Grundkurs Theoretische Physik 3 — Elektrodynamik" (Springer)
- E. Rebhan: „Elektrodynamik" (Spektrum)
- F. Scheck: „Theoretische Physik 3 — Klassische Feldtheorie" (Springer)

Sprechzeiten:

Name	Tag	Zeit	Raum	Tel. 314...
Prof. Dr. Sabine Klapp	Di	12:15 – 13:00 Uhr	EW 707	23763
Mathias Hayn	Di,Fr	11:00 – 12:00 Uhr	EW 711	27884
Maria Zeitz	Mi	16:00 – 18:00 Uhr	EW 702	24253
Christian Fräßdorf	Fr	11:00 – 12:00 Uhr	EW 60	28679
Hagen-Henrik Kowalski	Fr	16:00 – 17:00 Uhr	EW 60	28679
Kilian Kuhla	Mi	15:00 – 16:00 Uhr	EW 60	28679