

Prof. Dr. Sabine Klapp

Mathias Hayn, Maria Zeitz, Christian Fräbendorf, Hagen-Henrik Kowalski, Kilian Kuhla

7. Übungsblatt – Elektrodynamik**Abgabe: Mo. 9. 12. 2013 bis 11:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an!

Aufgabe 19 (4 Punkte): Wellengleichung

Leiten Sie ausgehend von den Maxwell-Gleichungen und dem Ohm'schen Gesetz, $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$, die Wellengleichungen für das magnetische ($\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$) und das elektrische ($\mathbf{E} = \mathbf{D}/\varepsilon$) Feld her. Die Dielektrizität ε , die Permeabilität μ , und die Leitfähigkeit σ seien konstant und außerdem soll es keine Ladungen geben.

Aufgabe 20 (2+3+1+1=7 Punkte): Hohlleiter

Zur Übertragung von hochfrequenter Leistung werden sogenannte Hohlleiter benutzt. Dabei handelt es sich um aus Metall gefertigte Röhren. Betrachten Sie einen rechteckigen Hohlleiter mit den Abmessungen a in x -Richtung und b in y -Richtung. In z -Richtung sei der Leiter unendlich lang. Verluste durch Wandströme sind zu vernachlässigen. Für die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen (in z -Richtung) im Hohlleiter gilt die Wellengleichung

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \Delta \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (1)$$

- (a) Welche Randbedingungen werden durch diese Anordnung für das \mathbf{E} -Feld erzwungen? Was folgt daraus für das \mathbf{B} -Feld?
- (b) Benutzen Sie folgenden Ansatz für das \mathbf{E} -Feld

$$E_x = E_y = 0, \quad E_z = E_0 f(x) g(y) e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (2)$$

und bestimmen Sie mithilfe des Separationsansatzes und der Randbedingungen die Funktionen $f(x)$, $g(y)$ und schließlich das \mathbf{E} -Feld.

- (c) Bestimmen Sie für ein \mathbf{E} -Feld mit

$$f(x) = \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right), \quad g(y) = \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \quad (3)$$

die Wellenzahl k_z in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz ω , der Abmessungen des Wellenleiters sowie der Moden m und n .

- (d) Bestimmen Sie die niedrigste Frequenz f_{\min} bei der sich noch elektromagnetische Wellen mit einem \mathbf{E} -Feld wie in (c) noch ausbreiten können.

Aufgabe 21 (9 Punkte): Kraft auf eine Halbkugel

Betrachten Sie eine im Ursprung fixierte und mit der Ladung Q homogen geladene Kugel vom Radius R . Berechnen Sie mithilfe des im Tutorium eingeführten Maxwell'schen Spannungstensors die Kraft, die auf die „nördliche“ Hälfte der Kugel wirkt.