

Prof. Dr. Sabine Klapp

Mathias Hayn, Maria Zeitz, Christian Fräßdorf, Hagen-Henrik Kowalski, Kilian Kuhla

9. Übungsblatt – Elektrodynamik**Abgabe: Freitag, 20. 12. 2013 bis 15:00 Uhr im Briefkasten am Ausgang des ER-Gebäudes**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an!

Aufgabe 24 (1+4+1+1+2=9 Punkte): *Klassisches Wasserstoffatom*

Im Bohr'schen Modell des Wasserstoffatoms wird angenommen, dass sich ein Elektron im Grundzustand auf einem Kreis mit dem Radius $r = a_B = 5 \cdot 10^{-11}$ m bewegt, auf dem es durch die Coulomb-Anziehung des Protons gehalten wird. Gemäß der klassischen Elektrodynamik sollte das Elektron Energie abstrahlen und daher auf einer Spiralbahn in den Kern stürzen.

- (a) Drücken Sie die Energie U und den Drehimpuls L als Funktion des Bahnradius r aus.
- (b) Berechnen Sie die abgestrahlte Leistung P .
Hinweis: Wie Sie aus der Vorlesung wissen, beträgt der Poynting-Vektor eines zeitabhängigen Dipols im Fernfeld

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \frac{\mu_0}{(4\pi)^2 c} |\ddot{\mathbf{p}}|^2 \frac{\sin^2 \vartheta}{r^2} \mathbf{e}_r. \quad (1)$$

Das Dipolmoment einer einzelnen Punktladung q mit der Position $\mathbf{d}(t)$ beträgt

$$\mathbf{p}(t) = q\mathbf{d}(t). \quad (2)$$

Drücken Sie zunächst den Poynting-Vektor in (1) als Funktion der Beschleunigung der Punktladung $\mathbf{a}(t)$ aus und berechnen Sie daraus die abgestrahlte Leistung in Abhängigkeit von der Beschleunigung \mathbf{a} .

- (c) Die abgestrahlte Leistung führt zu einer Abnahme des Bahnradius $r(t)$. Stellen Sie eine Differentialgleichung für $r(t)$ auf und lösen Sie diese mit der Anfangsbedingung $r(0) = a_B$.
- (d) Schätzen die Lebensdauer τ ab, nach der das Elektron in den Kern fällt.
- (e) Diskutieren Sie auch den zeitlichen Verlauf der Energie $U(t)$ und des Drehimpulses $L(t)$.

Zusatzaufgabe: Einen Sonderpunkt gibt es, wenn sie recherchieren wie Bohr damals sein Modell gerechtfertigt hat.