Vorlesung: Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD, Dr. Philipp Hövel
Übungen: Arash Azhand, Judith Lehnert, Ken Lichtner, Andrea Vüllings,
Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Robert Kohlhaas

11. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Mi. 22.01.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 25 (10 Punkte): *Fliehkraftpendel im Hamilton-Formalismus (3+4+3=10 Punkte)*

Gegeben sei das Fliehkraftpendel aus Aufgabe 9 bzw. 11. Wie bereits in Aufgabe 11 berechnet, gilt $T = \frac{m}{2}R^2(\dot{\vartheta}^2 + \omega^2 \sin^2\vartheta)$ und $V = -mgR\cos\vartheta$.

(i) Berechnen Sie die Hamilton-Funktion $H(q,p,t)$ und stellen Sie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen auf. Zeigen Sie, dass Sie daraus die Bewegungsgleichung des Massenpunktes erhalten (d.h. die Lösung der Aufgabe 11, Teil 1).

(ii) Ist H ein Integral der Bewegung? Ist die Gesamtenergie E ein Integral der Bewegung? Begründen Sie dies auch physikalisch.

(iii) Den durch (q,p) aufgespannten Raum nennt man Phasenraum. Setzen Sie $m = 1\mathrm{kg}$, $R = 1\mathrm{m}$ sowie $g = 10\mathrm{m/s}^2$ und nutzen Sie den Mathematicabefehl `EquationTrekker[ ]`, um den Phasenraum der Bewegungsgleichung darzustellen. Untersuchen Sie getrennt die Fälle $\omega < \sqrt{g/R}$ und $\omega > \sqrt{g/R}$ und kommentieren Sie die Ergebnisse in Hinblick auf die Resultate von Aufgabe 11, Teil 2. Welche unterschiedlichen Typen von Bahnkurven erhält man im Phasenraum?

Aufgabe 26 (5 Punkte): *Kanonische Transformation I (3+2=5 Punkte)*

(i) Berechnen Sie mit Hilfe der Erzeugenden

$$M(q,Q) = k\frac{q^2}{2\tan Q}$$

die kanonischen Transformationen

$$Q = Q(q,p), \quad P = P(q,p)$$

und die Umkehrung

$$q = q(Q,P), \quad p = p(Q,P),$$

wobei (q,p) und (Q,P) jeweils zueinander kanonisch konjuguierte Variablen sind und k eine Konstante ist.

(ii) Die transformierte Hamilton-Funktion sei nun

$$\bar{H}(P,Q) = \frac{k}{m}P.$$

Wie lautet die zugehörige Hamilton-Funktion $H(p,q)$? Welches physikalische System beschreibt $H(p,q)$, wenn $q = x$, $p = m\dot{x}$ und $k = m\omega$?

Aufgabe 27 (5 Punkte): *Kanonische Transformation II (2+1+2=5 Punkte)*
Wir betrachten die Hamilton-Funktion

$$H(q_1, \dots, q_f, p_1, \dots, p_f) = \sum_{i=1}^{f} \frac{p_i^2}{2m} + U(q_1, \dots, q_f),$$

wobei f die Anzahl der Freiheitsgrade bezeichnet.

(i) Berechnen Sie mittels der Erzeugenden $M(q_1, \dots, q_f, Q_1, \dots, Q_f) = \sum_{i=1}^{f} q_i Q_i$ die transformierte Hamilton-Funktion $\bar{H}(Q_1, \dots, Q_f, P_1, \dots, P_f)$.

(ii) Vergleichen Sie die beiden Hamilton-Funktionen H und $\bar{H}$ miteinander. Welche Bedeutung haben die neuen Koordinaten Q_i und Impulse P_i?

(iii) Zeigen Sie, dass die Hamilton'schen Gleichungen forminvariant sind unter dieser Transformation.

Vorlesung:	• Dienstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201. • Mittwoch 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/?mechanik13
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen.) • Bestandene Klausur. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Klausur:	• Mittwoch 12.02.2014, 8:00 Uhr s.t., ER 270. • Nachklausur: Dienstag 08.04.2014, 10:00 Uhr s.t., Raum wird noch bekannt gegeben