Vorlesung: Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD, Dr. Philipp Hövel
Übungen: Arash Azhand, Judith Lehnert, Ken Lichtner, Andrea Vüllings,
Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Robert Kohlhaas

12. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Mi. 29.01.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 28 (4 Punkte): *Poisson-Klammer (1+1+1+1=4 Punkte)*
Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften der Poisson-Klammer:

(a) $\{f, g\} = -\{g, f\}$ (schiefsymmetrisch)

(b) $\{f, gh\} = g\{f, h\} + \{f, g\}h$ (Produktregel)

(c) $\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0$ (Jacobi-Identität)

(d) $\frac{\partial g}{\partial q_k} = \{g, p_k\}$ und $\frac{\partial g}{\partial p_k} = -\{g, q_k\}$

wobei $f = f(\underline{q}, \underline{p}, t)$, $g = g(\underline{q}, \underline{p}, t)$ und $h = h(\underline{q}, \underline{p}, t)$ beliebige, stetig differenzierbare Funktionen der verallgemeinerten Koordinaten $\underline{q}$, der verallgemeinerten Impulse $\underline{p}$ und der Zeit t sind.

Aufgabe 29 (2 Punkte): *Poisson-Theorem*
Beweisen Sie: Die Possion-Klammer zweier Integrale der Bewegung f und g ist selbst wieder ein Integral der Bewegung.

Aufgabe 30 (4 Punkte): *Poisson-Klammer und kanonische Transformation*
Beweisen Sie: Die Possion-Klammer ist invariant unter kanonischen Transformationen, d.h.

$$\{h(\underline{q}, \underline{p}), g(\underline{q}, \underline{p})\} = \{h(\underline{Q}, \underline{P}), g(\underline{Q}, \underline{P})\}$$

bzw.

$$(\underline{h}_x, \underline{g}_x) = (\underline{h}_y, \underline{g}_y), \qquad \text{Gl. (1)}$$

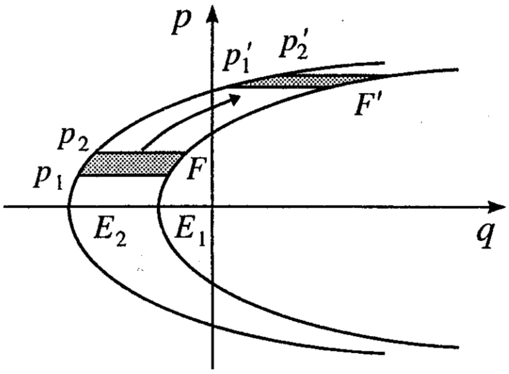
wobei $(\underline{q}, \underline{p})$ und $(\underline{Q}, \underline{P})$ zwei verschiedene Sätze kanonischer Koordinaten sind. $(\cdot)$ in Gl. (1) bezeichnet das symplektische Skalarprodukt gegeben durch $(\underline{h}_x, \underline{g}_x) = \underline{h}_x^T \underline{\underline{J}}\ \underline{g}_x$ bzw. $(\underline{h}_y, \underline{g}_y) = \underline{h}_y^T \underline{\underline{J}}\ \underline{g}_y$, wobei gelte $\underline{h}_x = (\frac{\partial h}{\partial q_1}, \ldots, \frac{\partial h}{\partial q_f}, \frac{\partial h}{\partial p_1}, \ldots, \frac{\partial h}{\partial p_f})$, $\underline{g}_x = (\frac{\partial g}{\partial q_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial q_f}, \frac{\partial g}{\partial p_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial p_f})$, $\underline{h}_y = (\frac{\partial h}{\partial Q_1}, \ldots, \frac{\partial h}{\partial Q_f}, \frac{\partial h}{\partial P_1}, \ldots, \frac{\partial h}{\partial P_f})$, $\underline{g}_y = (\frac{\partial g}{\partial Q_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial Q_f}, \frac{\partial g}{\partial P_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial P_f})$. f ist die Anzahl der generalisierten Koordinaten. Der „metrischen Tensor“ $\underline{\underline{J}}$ ist gegeben durch:

$$\underline{\underline{J}} = \begin{pmatrix} 0_{f\times f} & \mathbb{1}_{f\times f} \\ -\mathbb{1}_{f\times f} & 0_{f\times f} \end{pmatrix}.$$

Verwenden Sie für den Beweis das symplektische Skalarprodukt und den „metrischen Tensor“ $\underline{\underline{J}}$!

12. Übung TPI WS 13/14

Aufgabe 31 (10 Punkte): *Liouvillescher Satz (4+6 = 10 Punkte)*



Ein Teilchen der Masse m bewegt sich im konstanten Gravitationsfeld.

1. Zeigen Sie, dass für die Gesamtenergie E gilt:

$$H = E = \frac{p^2}{2m} - mgq.$$

2. Die Phasenraumbahnen $p(q)$ sind demnach Parabeln mit der Gesamtenergie E als Parameter. Betrachten Sie nun eine Anzahl von Teilchen, deren Impulse zur Zeit $t = 0$ in den Grenzen $p_1 \leq p \leq p_2$ und deren Energien zwischen $E_1 \leq E \leq E_2$ liegen. Die Teilchenzustände überdecken die Fläche F im Phasenraum. Zu einem späteren Zeitpunkt $t > 0$ nehmen die Teilchenzustände die Fläche F' ein. Berechnen Sie die Flächen F und F'. Was stellen Sie fest?

Vorlesung:	• Dienstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201. • Mittwoch 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/?mechanik13
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen.) • Bestandene Klausur. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Klausur:	• Mittwoch 12.02.2014, 8:00 Uhr s.t., ER 270. • Nachklausur: Dienstag 08.04.2014, 10:00 Uhr s.t., Raum wird noch bekannt gegeben